

P2-2004-48

Н. Г. Фадеев*

**ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ
ЛОБАЧЕВСКОГО И НОВОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
КООРДИНАТ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ**

Направлено в оргкомитет юбилейной научной сессии-конференции
секции ЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий»,
Москва, ИТЭФ, 1–5 марта 2004 г.

*E-mail: fadeev@sunse.jinr.ru

Фадеев Н. Г.

P2-2004-48

Физический смысл параллельных Лобачевского
и новое преобразование координат инерциальных систем

Обнаружено, что синхронизированный процесс движения частицы и распространения пучков света является физической основой отрицания V постулата Евклида и существования параллельных Лобачевского в пространстве скоростей. Этот же процесс оказался и новым способом решения основной трудности специальной теории относительности — задачи определения времени для «событий, которые происходят в местах, удаленных от часов» [1].

Представлены первые очевидные следствия нового решения (включая понятия одновременности, собственного времени, преобразования координат инерциальных систем, инвариантных величин, релятивистского сложения скоростей и релятивистских эффектов).

Работа выполнена в Лаборатории физики частиц ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2004

Перевод автора

Fadeev N. G.

P2-2004-48

Physical Nature of Lobachevsky Parallel Lines
and a New Inertial Frame Coordinate Transformation

The synchronous process of particle motion and light beams propagation has been found to reveal the physical foundation for the V Euclidean postulate violation and for the Lobachevsky parallel lines definition in the velocity space. The same process was found to be also fruitful to solve in a new way the main difficulty in relativity — the problem of time synchronization for different space points [1].

The first obvious consequences of the new solution (simultaneity, proper time, inertial frame coordinate transformation, invariant values, relativistic velocity summation law, and relativistic effects) are presented in this paper.

The investigation has been performed at the Laboratory of Particle Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2004

ВВЕДЕНИЕ

Принято считать, что решение проблемы параллельных прямых завершилось созданием Я. Бойаи, К. Ф. Гауссом и Н. И. Лобачевским первой неевклидовой геометрии, получившей название геометрия Лобачевского. По аналогии с геометрией сферы ее интерпретируют как геометрию, которая реализуется на сфере с мнимым радиусом, псевдосфере, с постоянной отрицательной кривизной. Основанная на отрицании V постулата Евклида, кажущаяся противоречащей действительности геометрия Лобачевского в настоящее время «является рабочим инструментом в физике высоких энергий», используемым при отображении взаимодействий сталкивающихся частиц в пространство скоростей [2]. Однако физическое обоснование отрицания V постулата до сих пор отсутствует. Поэтому причина, вследствие которой две наклонённые в плоскости прямые не пересекаются, остается чисто геометрической — кривизна поверхности.

Суть вопроса сводится к отысканию в обычном пространстве явления, геометрический образ которого соответствовал бы параллельным прямым Лобачевского (ППЛ). Применение пространства скоростей в физике частиц давно указывает на такое явление, это процесс синхронизованного движения частицы и распространения света в виде плоских и сферических пучков, возбуждаемых по принципу Гюйгенса. Его отображение в пространство скоростей и создает на плоскости геометрический образ ППЛ. Данный процесс открывает и новое решение основной трудности специальной теории относительности (СТО) — задачи определения времени «для тех событий, которые происходят в местах, удаленных от часов» [1]. В этой же работе был предложен известный способ синхронизации часов на основе применения световых «сигналов», следствием которого явилось координатное преобразование Лоренца.

«Простое строение формул Лоренца, — отмечал Паули, — делает естественным вопрос о возможности их получения» из других, «общих соображений без требования инвариантности интервала» [3]. Имелись в виду теоретико-групповые методы, на основе которых оказалось возможным «получить лишь внешний вид формул преобразования, но не их физическое содержание» [3]. К мотивам поиска новых способов получения формул преобразования можно отнести и релятивистские эффекты, следующие из формул Лоренца, природа

которых (динамическая или кинематическая) с самого начала была неоднозначной и до сих пор открытой.

Новое решение возникает как результат применения плоскопараллельных пучков света, направления распространения которых определяются состояниями движения или покоя частицы в точном соответствии с функцией Лобачевского, т. е. углами параллельности. Следствием подхода являются как формулы Лоренца, так и новые формулы, свободные от релятивистских парадоксов, а также новое содержание некоторых устоявшихся понятий, например, таких как одновременность, собственное время, способ выражения принципа постоянства скорости света и других. Поэтому можно полагать, что теория параллельных прямых снова выходит на очередной этап развития. Данная работа является развитием идей, изложенных в [4].

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ПРЕДПОСЫЛКИ ПОДХОДА

В рассуждениях, относящихся к свету, ограничимся законами его прямолинейного распространения (без учета дифракции), независимости световых пучков (без учета интерференции) и применением принципа Гюйгенса: всякая точка, которой достиг световой фронт, является центром испускания вторичных световых полусфер; поверхность, огибающая эти полусферы, указывает на новое положение светового фронта. Считаем, что скорость света не зависит от направления его распространения, и будем применять такой же плоскопараллельный пучок, который используется для объяснения законов отражения и преломления света.

В формулировке принципа Гюйгенса выделим присутствующий в нем неявно дополнительный смысл, а именно: момент испускания вторичной полусферы из точки, в которую пришел свет (световой фронт), может быть принят за начальный отсчет времени в этой точке. Другими словами, время в данной точке можно измерять длиной светового луча, выходящего из нее (в любом направлении).

Для рассуждений потребуются две инерциальные системы отсчета — покоящаяся и движущаяся, каждая из которых может быть как-то связана с материальным телом (частицей). В качестве множества инерциальных систем можно использовать понятие пучка частиц. Движение частиц в пучке свободное и прямолинейное с постоянной скоростью.

Выделим некоторые положения из представления о пространстве скоростей. В этом пространстве постоянная Лобачевского k равна скорости света c ($k = c$), расстояния между точками (отрезки) есть быстроты ρ/c , которые определяются через соответствующие им скорости и длина которых измеряется в единицах c . Поэтому длина отрезка ρ/c — величина безразмерная. Угол между заданными в евклидовом пространстве скоростями частиц равен

углу между соответствующими быстройми в пространстве скоростей. Поэтому относительная скорость частиц определяется через их быстроты и тот же (евклидов) угол [2].

Любому отрезку ρ/c соответствует угол параллельности $\Pi(\rho/c)$, величина которого зависит от длины отрезка. Данная зависимость устанавливается функцией Лобачевского

$$\theta_L \equiv \Pi(\rho/c) = 2 \operatorname{arctg} e^{-\rho/c}, \quad (1)$$

определяющей все своеобразие его геометрии (обозначение Лобачевского $\Pi(\rho/c)$ заменим на более сокращенное θ_L , ввиду частого его употребления). Соотношение (1) вытекает из определения параллельных прямых на плоскости Лобачевского. Поэтому, зная длину отрезка ρ/c , можно отыскать эти параллельные.

Для этого нужно рассматривать конечные точки отрезка ρ/c как заданные, а углы, которые параллельные прямые образуют с ним, задать в соответствии с определением: один как θ_L , другой как $\pi/2$. Тогда две полупрямые в одной плоскости, выходящие из конечных точек заданного отрезка в направлениях θ_L и $\pi/2$ к нему, соответственно, являются параллельными по Лобачевскому, как говорят, в одну сторону. Если провести еще две полупрямые из тех же точек и в тех же направлениях, но в противоположную полуплоскость, то снова получим ППЛ, но в другую сторону. Прямой, выходящей из конечной точки отрезка под углом $\pi/2$ в противоположные стороны плоскости, параллельны две полупрямые, выходящие из другой точки отрезка под углом θ_L в ту и другую стороны от него. Данное представление соответствует содержанию постулата (аксиомы) Лобачевского, отрицающего единственность параллельной, свойственную для евклидовой плоскости.

Конечные точки отрезка ρ/c соответствуют выбору начала системы отсчета: точка, из которой выходит полупрямая под углом θ_L , соответствует системе, относительно которой частица движется, а точка, из которой выходит полупрямая под углом $\pi/2$ — системе, в которой частица покоится. Действительно, функцию (1) можно представить в другой известной форме, более удобной для наших целей:

$$\cos \theta_L = \operatorname{th}(\rho/c). \quad (2)$$

Если обратиться к определению координат Бельтрами

$$\beta \equiv v/c = \operatorname{th}(\rho/c), \quad (3)$$

используемых физике для определения быстроты частицы

$$\rho/c = 1/2 \ln((1 + \beta)/(1 - \beta)) \quad (4)$$

через величину ее скорости v , и сравнить (2) и (3), то получим

$$\cos \theta_L = v/c, \quad (5)$$

т. е. скорости частицы в евклидовом пространстве соответствует тот же угол параллельности, что и в пространстве скоростей для ее быстроты. Для отрицательного аргумента функции Лобачевского угол параллельности есть $\pi - \theta_L$ [2]. Этот случай соответствует той же скорости, но в обратном направлении. Для системы, в которой частица покоится ($v = 0$), угол параллельности есть $\pi/2$, а расстояние от точки до прямой равно нулю (точка принадлежит прямой, выходящей под углом $\pi/2$ к отрезку). Длина отрезка ρ/c в данном случае соответствует скорости $-v/c$ другой частицы, движущейся в обратном направлении относительно покоящейся.

Отсюда замечаем, что угол параллельности θ_L могут образовать лучи плоского светового пучка с пучком частиц, движущихся с некоторой постоянной скоростью. Направим ось X неподвижной системы K по движению частиц пучка, начало координатной системы O совместим с пространственной точкой, в которой направление одной из частиц (например, движущейся по оси X) пересекается с направлением одного из световых лучей (под углом θ_L к оси X), а отсчет времени в O будем производить от момента пересечения в ней частицы пучка и светового луча. Учитывая, что с каждой частицей можно связать движущуюся координатную систему K_s с осями, параллельными K , замечаем, что выбор систем отсчета K и K_s совпадает с тем, который используется в задаче о преобразовании координат инерциальных систем.

Отметим, что соотношение (5) сохраняет свой вид в любой системе отсчета и, следовательно, удовлетворяет принципу относительности. Поскольку постоянная Лобачевского $k = c$ (величина скорости света c не зависит от состояния системы, движется она или покоится), то делаем вывод, что функция Лобачевского выражает принцип постоянства скорости света.

2. ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛОБАЧЕВСКОГО

Продолжим рассмотрение координатных систем K и K_s с осями XYZ и $X_sY_sZ_s$ соответственно. Система K_s движется относительно K со скоростью V вдоль оси X так, что оси X и X_s совпадают, а оси Y_s , Z_s параллельны осям Y , Z . В момент времени, когда начала обеих систем совпадают, в эту же точку O приходит «боковой» световой фронт, лучи которого образуют с осью X соответствующий скорости V угол параллельности θ_L (см. рис. 1, a), а на ось X покоящейся системы падает «прямой» фронт, лучи которого ортогональны оси X (на рис. 1, a эти лучи отсутствуют). Для определенности положим, например, что световые пучки падают из нижней полуплоскости

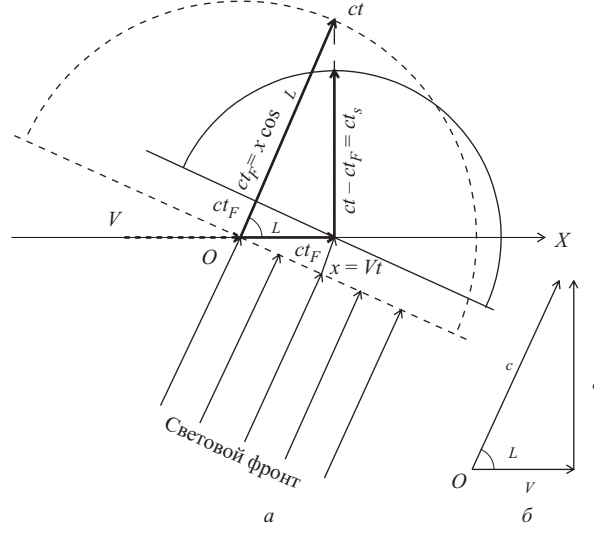


Рис. 1. а) Процесс синхронизированного движения K_s -системы (Vt) и «бокового» плоского светового фронта, возбуждающего по принципу Гюйгенса распространение лучей ct и ct_s ; б) параллельные Лобачевского (в одну сторону) в пространстве скоростей, соответствующие синхронизированному движению ct , ct_s и Vt

XY в верхнюю. В выбранной точке O оба фронта одновременно возбуждают по принципу Гюйгенса световую полусферу, момент распространения которой есть начальное время ($t = 0$) в системе K .

Рассмотрим возбуждения в точках оси X от «бокового» фронта. Пусть имеем некоторое событие ($x > 0, t$), т. е. некоторую точку на положительной полуоси X в момент времени t неподвижной системы K ($y = z = 0$). За время t радиус полусферы с центром в O составит величину ct . В любую точку полуоси X приходят два световых луча: луч из центра O вторичной полусферы (за время x/c , т. е. эйнштейновский «сигнал») и луч от «бокового» фронта.

В заданную точку x луч из «бокового» фронта всегда приходит быстрее, чем луч из центра O , так как требуемое время t_F для него составляет величину (см. рис. 1, а)

$$ct_F = x \cos \theta_L, \quad t_F = (x/c) \cos \theta_L = xV/c^2, \quad (6)$$

всегда меньшую чем x/c . Очевидно, t_F есть время запаздывания прихода светового фронта в точку x по сравнению с его приходом в начало координат

O . С приходом светового фронта в точку x из нее, как из центра, также начнет распространяться вторичная полусфера и к заданному моменту t время ее распространения t_s с учетом запаздывания будет определяться выражением

$$ct_s = ct - ct_F = ct - x \cos \theta_L = ct - xV/c, \quad t_s = t - xV/c^2, \quad (7)$$

т. е. ее радиус составит величину ct_s .

В качестве точки на оси X выберем точку $x = Vt$, тем самым выберем событие $(x = Vt, t)$, определяющее положение начала O_s системы K_s в момент времени t относительно K . Тогда время t_F прихода фронта в точку $x = Vt$ составит

$$ct_F = Vt \cos \theta_L = ct \cos^2 \theta_L, \quad (8)$$

величину, всегда меньшую чем t . Это значит, что еще до прихода системы K_s в точку $x = Vt$ из нее, как из центра, в момент времени t_F начнет распространяться вторичная полусфера и к моменту t (когда K_s сместится в точку $x = Vt$) время ее распространения или ее радиус согласно (7) составит величину

$$ct_s = ct - ct \cos^2 \theta_L = ct \sin^2 \theta_L = ct(1 - V^2/c^2). \quad (9)$$

К моменту времени t можно выделить две полусферы: испущенную из точки O в момент $t = 0$ с радиусом ct и из заданной точки $x = Vt$ (из начала координат O_s) с запаздыванием на время t_F , имеющую меньший радиус ct_s . В верхней полуплоскости XY они образуют две световые полуокружности с соответствующими центрами и радиусами (см. рис. 1, a).

Световые лучи выделенных полуокружностей имеют свой геометрический образ на плоскости Лобачевского в пространстве скоростей. Этот образ выглядит так: из конечных точек отрезка (быстроты ρ_V/c) выходит множество полупрямых в направлениях, соответствующих направлениям лучей в полуокружностях (быстрота для скорости света (см. (4)) равна бесконечности).

Как отмечалось, параллельными по Лобачевскому являются те две полупрямые, которые выходят из конечных точек отрезка ρ_V/c под углами θ_L и $\pi/2$ соответственно. Поэтому если из центра O (относительно которого движется частица) первой полуокружности на плоскости XY выбрать луч ct под углом θ_L к оси X , а из второй полуокружности с центром в $x = Vt$ (совпадающим с O_s , где частица покоится) выбрать луч ct_s , перпендикулярный к оси X (см. рис. 1, a), то этой паре лучей, очевидно, соответствуют такие быстроты и углы в пространстве скоростей, которые вместе с отрезком ρ_V/c полностью удовлетворяют определению ППЛ в одну сторону (см. рис. 1, b).

В рассматриваемой плоскости XY лучи ct , ct_s и отрезок Vt образуют геометрическую фигуру в виде незамкнутого прямоугольного треугольника с гипотенузой ct , катетом Vt и отрезком ct_s , составляющим лишь часть длины

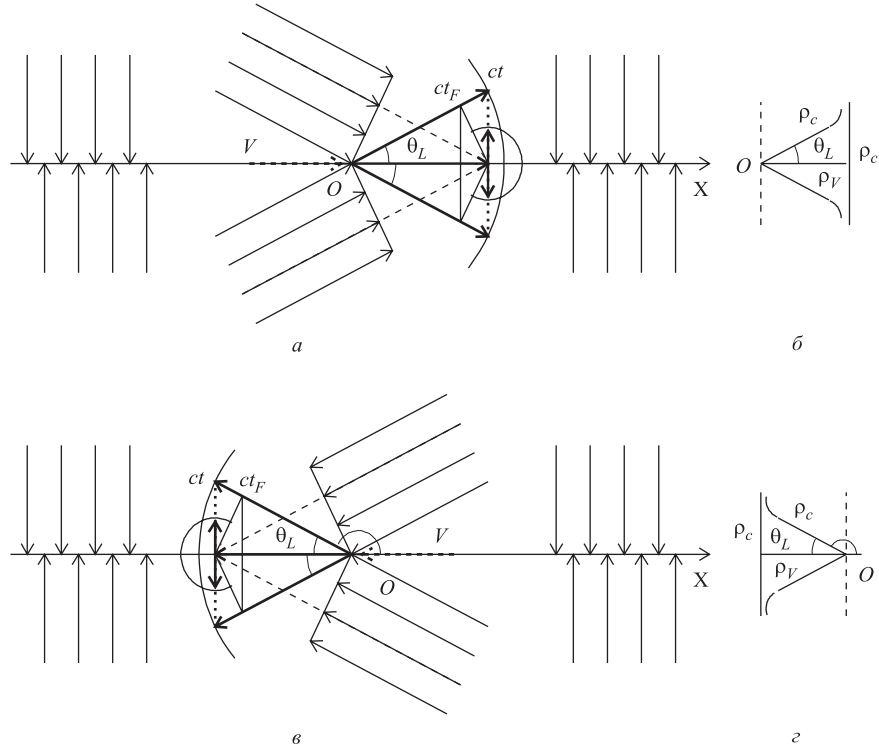


Рис. 2. а) Процесс синхронизированного движения K_s -системы, двух «прямых» и двух «боковых» световых фронтов (для $V > 0$); «боковые» фронты возбуждают две пары лучей ct и ct_s в обе стороны плоскости; б) ППЛ в обе стороны в пространстве скоростей, соответствующие синхронизированному движению пар лучей ct , ct_s и Vt ; в и з то же, что а и б соответственно, но для $V < 0$

другого катета — $ct \sin \theta_L$ (рис. 1, а), и их разность $ct(\sin \theta_L - \sin^2 \theta_L) > 0$, всегда положительная на момент t . Следовательно, лучи ct и ct_s , лежащие

в одной плоскости и наклоненные друг к другу, в любой заданный момент времени не пересекаются, значит, параллельны по Евклиду. Как следует из рассмотренного, причиной отсутствия пересечения лучей является их последовательное испускание из разных центров с временной задержкой. Таким образом, на любой заданный момент времени t состояния распространения определенной пары лучей ct и ct_s и движущейся частицы Vt являются евклидовым оригиналом геометрического образа ППЛ в пространстве скоростей.

$V < 0$, при их отображении в пространство скоростей возникают на плоскости прямые, параллельные по Лобачевскому.

Итак, геометрический образ ППЛ есть результат математического отображения в пространство скоростей евклидова оригинала, процесса синхронизированного движения частицы и света.

Отметим, что плоскость XU падения «боковых» и «прямых» фронтов выбрана произвольно. В силу симметрии все аналогичные рассуждения можно провести для фронтов, находящихся в любой плоскости, проходящей через ось X .

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ x -, t -КООРДИНАТ И КОНЦЕПЦИЯ СВЕТОВОГО ЭФИРА

Напомним, что углы падения пары «боковых» фронтов на ось X неподвижной системы K однозначно связаны со скоростью V частиц пучка, а с частицей пучка связана инерциальная система K_s . На ось X системы K падают с противоположных сторон два «прямых» плоских фронта, световые лучи которых ортогональны к оси X . Лучи от обоих «прямых» фронтов одновременно достигают оси X в момент времени, когда в точку O приходит и частица (система K_s), и пара «боковых» фронтов. Все точки оси X одновременно начинают «светиться», т. е. из каждой ее точки начинают распространяться в противоположных направлениях две одинаковые полусферы. Момент распространения этих сфер можно принять за начальный отсчет времени $t = 0$, общий для всех точек системы K . Поэтому время, определенное с помощью «прямых» фронтов, можно назвать временем покоящейся системы. Ее время можно измерять длиной светового луча ct , испущенного из O под углом θ_L к оси X в некоторой плоскости, проходящей через ось X .

В точке O момент возникновения вторичных полусфер от обоих типов фронтов («прямых» и «боковых») совпадает. В другие точки оси X «боковые» лучи всегда приходят с запаздыванием на время t_F (см. (6)) по сравнению с приходом в них «прямых» лучей. Для заданного x начальный момент испускания полусферы из x (с приходом в нее «бокового» фронта) определяется только скоростью V . Заданным временем t устанавливается конечный момент распространения вторичных полусфер, испущенных и из начала координат O , и из точки x . Следовательно, каждой точке оси X системы K соответствуют два момента времени, иначе, в каждой точке оси X можно «установить» двое часов, «показывающих» разное время: одни — время t , начальный момент которого совпадает с приходом в нее «прямого» луча, другие — время $t_s = t - t_F$, начальный момент которого совпадает с приходом в нее «бокового» луча. Поэтому показания часов разное, хотя сам ход обоих часов — распространение световых сигналов — одинаков.

Для заданного события (x, t) смещение начала координатной системы O_s относительно O составляет величину Vt , поэтому точка x в момент t имеет относительно O_s координату x_s :

$$x_s = x - Vt = x - ct \cos \theta_L. \quad (10)$$

Время t_s (см. (7)) при заданных x и t зависит только от скорости V системы K_s . Поэтому время t_s , определенное в точке x в момент t в K , выполняет роль показаний часов, «расположенных» в точке x_s координатной системы K_s .

Для события $(x = Vt, t)$ относительная координата $x_s = 0$ совпадает с O_s , а время t_s (см. (9)) есть показание часов, «установленных» в O_s и «движущихся» вместе с K_s , причем время t_s всегда меньше t . Отсюда делается вывод, что ход времени в движущейся системе другой, чем в покоящейся, а именно замедленный. В действительности, как показано, ход времени одинаковый, а разница показаний часов обусловлена задержкой начала отсчета «движущихся» часов относительно покоящихся. Несмотря на разницу показаний часов, два наблюдателя фактически одновременно «видят» две разные световые сферы: покоящийся наблюдатель из начала координат O «видит» сферу с радиусом ct (в момент времени t по своим часам), а движущийся из начала координат O_s «видит» сферу с меньшим радиусом ct_s (в момент времени t_s по своим «движущимся» часам).

Время t_s , отсчитываемое по часам, «расположенным» в O_s , называют собственным временем движущейся системы. Так как координатную систему K_s обычно связывают с движущейся частицей (например, частицей пучка), то время t_s есть собственное время этой частицы.

Следует подчеркнуть, что время t_s , определенное для O_s , не является общим для всех точек оси X_s . Действительно, из (6) следует, что начальный отсчет времени, возбуждаемый «боковым» фронтом, распространяется вдоль оси X со скоростью v_F :

$$v_F \equiv x/t_F = c/\cos \theta_L = c^2/V = c/\beta > c. \quad (11)$$

Поэтому при $0 < V < c$ любые два одновременные, но разноместные события (x_1, t) и (x_2, t) в K всегда являются неодновременными в K_s . При $V \rightarrow 0$ ($\theta_L \rightarrow \pi/2$ для «боковых» пучков) скорость $v_F \rightarrow \infty$ стремится быть мгновенной, а время в K_s $t_s \rightarrow t$ приближается к ньютоновскому (абсолютному) времени. При $V = c$ ($\theta_L = 0$) собственное время $t_s = 0$.

Итак, событие (x, t) в K -системе одновременно является событием (x_s, t_s) в системе K_s (см. (7) и (10)). Координаты события в системах K и K_s связаны формулами параллельного переноса, в которых $Vt = ct \cos \theta_L$ и $ct_F = x \cos \theta_L$ — начальные координаты (сдвиги) системы K_s относительно K .

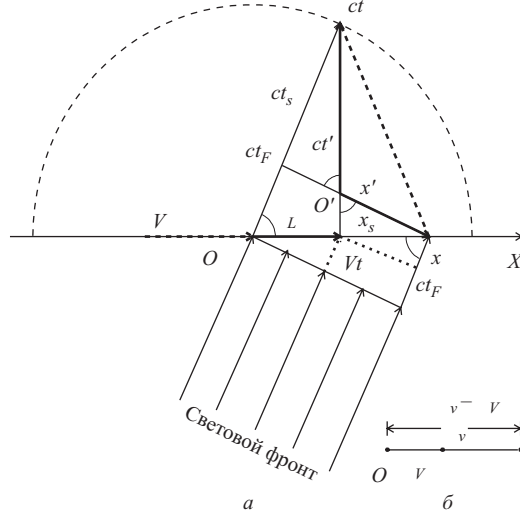


Рис. 4. а) Иллюстрация к преобразованию x - и t -координат инерциальных систем, включая лоренц-преобразование; б) то же событие в пространстве скоростей (в предположении, что в момент t координата x есть положение частицы, движущейся со скоростью $v = x/t$)

Отметим симметрию в определении величины сдвигов через проекции заданных значений x и ct на соответствующие прямые: положение начала координат O_s на оси X в момент времени t (сдвиг по оси X) определяется проекцией луча ct на ось X , а время запаздывания ct_F (сдвиг по лучу ct) определяется проекцией координаты x на луч ct (см. рис. 4).

Используем отмеченную симметрию для нахождения координатного преобразования Лоренца. Обозначим через O' точку пересечения соответствующих перпендикуляров, выполняющих нужное проектирование (см. рис. 4, а). Тогда длина отрезка от O' до заданной точки x есть величина

$$x' = (x - ct \cos \theta_L) / \sin \theta_L = (x - Vt) / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad x_s = x' \sin \theta_L, \quad (12)$$

соответствующая «штрихованной» координате x' . Аналогично длина отрезка от O' до заданной точки ct есть

$$ct' = (ct - x \cos \theta_L) / \sin \theta_L = (ct - xV/c) / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad ct_s = ct' \sin \theta_L, \quad (13)$$

величина, определяющая «штрихованное» время t' . Отсюда следует, что новые и «штрихованные» координаты связаны между собой как соответствующие

шие проекции. Из вывода преобразования Лоренца видно, что точка O' , принимаемая за начало движущейся системы, не совпадает с началом координат O_s за исключением одного события ($x_s = x' = 0$). Видно также, что отрезок $O'x$, соответствующий координате x' , не параллелен оси X , вдоль которой происходит движение «штрихованной» системы. Поэтому формулы (12), (13) нельзя рассматривать как искомое преобразование координат инерциальных систем.

Если соединить точки x и ct (пунктирная линия на рис. 4, а), то длину полученного отрезка можно выразить через «штрихованные» и «нештрихованные» величины:

$$l^2 \equiv c^2 t^2 + x^2 - 2ctx \cos \theta_L = c^2 t'^2 + x'^2 + 2ct'x' \cos \theta_L \equiv l'^2, \quad (14)$$

или в виде $l^2 = s_1^2 + s_2^2$ (путем добавления в левой части (14) $\pm x^2$, а в правой — $\pm x'^2$), или в виде $l^2 = -s_1^2 + s_3^2$ (путем добавления в левой части (14) $\pm c^2 t^2$, а в правой — $\pm c^2 t'^2$), где

$$s_1^2 = c^2 t^2 - x^2 = c^2 t'^2 - x'^2 = \gamma^2 (c^2 t_s^2 - x_s^2), \quad \gamma = 1/\sin \theta_L, \quad (15)$$

$$s_2^2 = 2x(x - ct \cos \theta_L) = 2x'(x' \pm ct' \cos \theta_L),$$

$$s_3^2 = 2ct(ct - x \cos \theta_L) = 2ct'(ct' \pm x' \cos \theta_L). \quad (16)$$

Слагаемое s_1^2 известно как инвариантный интервал. Видно, что он составляет часть всей длины l^2 , и эта часть остается после взаимного сокращения двух равных величин или s_2^2 , или s_3^2 в выражениях для l^2 . Слагаемые s_2^2 и s_3^2 могут отличаться знаками: (+) соответствует случаю, когда точка O' находится внутри угла, (–) — когда она вне угла θ_L . Для события ($x = Vt, t$) величина s_2^2 равна нулю (так как $x' = 0$), а $s_3^2 = 2s_1^2$, поэтому $l^2 \equiv s_1^2 \equiv l'^2$. Как раз для этого частного случая обычно выводится преобразование Лоренца [6].

Используя связь (12), (13) величин x_s и t_s с «штрихованными» координатами, можно получить из выражений (16) для s_2^2 и s_3^2 формулы обратного преобразования координат из K_s в K :

$$x = \gamma^2 (x_s + ct_s \cos \theta_L) = (x_s + Vt_s)/(1 - V^2/c^2), \quad (17)$$

$$ct = \gamma^2 (ct_s + x_s \cos \theta_L) = (ct_s + Vx_s/c)/(1 - V^2/c^2). \quad (18)$$

Чтобы убедиться в этом, достаточно решить систему уравнений (7) и (10) относительно x и ct . Для выяснения геометрического смысла последних формул можно внести множитель γ в скобки (тогда сумма слагаемых в скобках равна длине перпендикуляра, проектирующего соответствующую координату).

Преобразования (7), (10) и (17), (18) получены для скорости $V > 0$. Очевидно, что относительно системы K возможно движение другой системы

K_s (с той же ориентацией осей), но в противоположном направлении, т.е. $V < 0$ (например, переход из C -системы в лабораторную или антилабораторную систему). В этом случае, как отмечалось, угол параллельности имеет значение $\pi - \theta_L$, в соответствии с которым «боковые» пучки ориентированы относительно оси X справа налево (см. рис. 2, б). В силу симметрии все рассуждения, приведенные для $V > 0$, остаются справедливыми и для $V < 0$. Для нахождения события (x_s, t_s) по заданному событию (x, t) удобнее в этом случае использовать способ определения координат через соответствующее проектирование. Тогда с учетом знака скорости $V < 0$, т.е. с учетом нового значения угла параллельности, нужно изменить знак в формулах (7), (10) и в числителях формул (17), (18) обратного преобразования.

С изменением знака скорости связывается обычно обратный переход в первоначальную систему. Полученные преобразования не противоречат данному положению. Действительно, систему K можно рассматривать движущейся со скоростью $-V$, а K_s — покоящейся. Если при этом учесть связь световых пучков со скоростями выбранных систем — «прямые» пучки с покоящейся K_s , а «боковые» пучки обратного направления с движущейся K , — то с учетом изменения знака на обратный преобразования (7), (10) снова соответствуют переходу из покоящейся в движущуюся систему, а преобразования (17), (18) — обратному переходу (с учетом изменения знака в числителях).

Таким образом, несмотря на разный вид преобразований из K в K_s и из K_s в K , любая из рассматриваемых систем может быть принята как покоящаяся, а другая — как движущаяся, и наоборот. Однако разная форма преобразований указывает на существование абсолютной системы, которую обычно связывают с некоторой неподвижной средой, называемой эфиром. Следовательно, имеем противоречие с существованием абсолютной системы, т.е. с существованием неподвижной среды — эфира.

Решение противоречия заключается в допущении существования световой среды, движущегося эфира. Действительно, для того чтобы при любом выборе координатной системы иметь возможность синхронизовать движение частицы с распространением световых потоков (фронт) нужного направления, следует допустить, что все пространство заполнено световыми потоками всевозможных направлений. Световые пучки образуют среду, или световой «эфир», который заполняет «пустое» пространство между материальными телами.

Состояние движения или покоя материального тела относительно и соответствует световому пучку, направление распространения которого совпадает с углом параллельности. Относительность состояния тела, таким образом, эквивалентна равноправности направлений распространения световых пучков, скорость c которых не зависит от направления.

Суть вопроса, очевидно, заключается в том, что особая среда, эфир, с которым связывались попытки ввести абсолютно покоящуюся систему, пред-



6

4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ y -, z -КООРДИНАТ И ИНВАРИАНТЫ

14

лучей:

$$c\Delta t \equiv \Delta y = y - y \sin \theta_L, \quad (19)$$

где y/c , $y \sin \theta_L/c$ — время распространения сравниваемых лучей до точки $(x, y = 0)$ от момента прихода (второго) «бокового» луча в точку (x, y) . Как уже известно, с приходом «бокового» луча в точку $(x, y = 0)$ начнется отсчет времени t_s по «движущимся» часам в этой точке и закончится в заданный момент t , когда координата x будет иметь значение x_s относительно начала координат O_s . Для того чтобы начальный отсчет времени t_s был общим (одним и тем же) для x_s и для y -координаты в K_s -системе, необходимо сдвинуть начало K_s по оси Y на величину Δy . В этом случае координата y заданной точки относительно O_s будет равна y_s :

$$y_s = y - \Delta y = y \sin \theta_L = y \sqrt{1 - V^2/c^2}. \quad (20)$$

Аналогичные рассуждения для события $(x, y = 0, z, t)$ в плоскости XZ приводят к тому же результату для z_s -координаты:

$$z_s = z - \Delta z = z \sin \theta_L = z \sqrt{1 - V^2/c^2}. \quad (21)$$

Обратное преобразование из K_s в K поперечных координат очевидно:

$$y = y_s / \sin \theta_L = y_s / \sqrt{1 - V^2/c^2}, \quad z = z_s / \sin \theta_L = z_s / \sqrt{1 - V^2/c^2}. \quad (22)$$

С учетом последних формул выражение для неинвариантного интервала (15) принимает вид

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = \gamma^2 (c^2 t_s^2 - x_s^2 - y_s^2 - z_s^2). \quad (23)$$

Таким образом, каждому событию (x, y, z, t) в K -системе существует «параллельное» событие (x_s, y_s, z_s, t_s) в K_s -системе, которая параллельно смещена относительно K по всем трем осям: вдоль оси X по причине ее движения с заданной скоростью V , а по осям Y , Z в силу требования одновременности. Сдвиг по времени обусловлен запаздыванием нулевого отсчета «движущихся» часов относительно покоящихся. Два набора координат связаны соотношением (23).

Очевидно, что новое преобразование координат приводит к тому же закону сложения скоростей, как и преобразование Лоренца.

Известно, что при добавлении бесконечно удаленных элементов евклидову плоскость можно рассматривать как проективную. Поэтому каждый проективный факт можно интерпретировать на плоскости Евклида, если мыслить ее дополненной бесконечно удаленной прямой [5]. Фундаментальным понятием проективной геометрии является понятие проективного отображения, которое рассматривается как обобщение центрального проектирования.

Точку O' на рис. 4 можно рассматривать как центр проектирования, а ось X и луч ct как проективные прямые. Тогда точки x и ct на этих прямых можно рассматривать как проективные координаты. Проективные отображения устанавливают взаимно-однозначное соответствие между элементами двух многообразий (одного, двух и трех измерений) и, в частности, между точками двух проективных прямых. Основным инвариантом проективных отображений является сложное отношение четырех точек (элементов) многообразий [5]:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} : \frac{x_4 - x_1}{x_2 - x_4} = \frac{ct_3 - ct_1}{ct_2 - ct_3} : \frac{ct_4 - ct_1}{ct_2 - ct_4} = (t_1, t_2, t_3, t_4). \quad (24)$$

Величина сложного отношения не зависит от выбора координатной системы и определяется исключительно расположением выбранных точек [5]. Согласно основной теореме проективной геометрии (теореме Штаудта) проективное соответствие между двумя прямыми определяется заданием трех пар соответствующих точек. В этом случае для любого заданного x из (24) можно определить соответствующее t , и наоборот. Рассмотрим два простых случая.

1. Заданы три события: $(x_1 = 0, t_1 = 0)$, $(x_2 = Vt, t_2 = t)$, $(x_4 = \infty, t_4 = \infty)$. Тогда (24) есть [5]

$$(x_1, x_2, x_3, \infty) = \frac{x_3 - x_1}{x_2 - x_3} = \frac{t_3 - t_1}{t_2 - t_3} = (t_1, t_2, t_3, \infty), \quad (25)$$

и для любого x_3 (или t_3) соответствующее t_3 (или x_3) есть

$$t_3 = x_3 t_2 / x_2 = x_3 / V, \quad x_3 = V t_3. \quad (26)$$

Этот результат соответствует проекции оси X на луч ct (и наоборот) под прямым углом из центра, расположенного на бесконечности, аналогично «прямым» пучкам для K -системы.

2. Заданы три события : $(x_1 = 0, t_1 = 0)$, $(x_2 = x, t_2 = x \cos \theta_L / c)$, $(x_4 = \infty, t_4 = \infty)$. Таким же образом находим

$$t_3 = x_3 \cos \theta_L / c, \quad x_3 = c t_3 / \cos \theta_L. \quad (27)$$

Этот результат соответствует проекциям прямых из центра на бесконечности под углом, отличающимся на $\pi/2$ от направления «бокового» пучка для K_s -системы.

Сравнивая (7), (10) и (26), (27), можно заметить, что проективные отображения позволяют определить значения сдвигов в координатных преобразованиях. Другие случаи требуют дальнейших исследований.

Соотношение (24) запишем в виде

$$\frac{(x_1, x_2, x_3, x_4)}{(t_1, t_2, t_3, t_4)} = \frac{\beta_{x31}}{\beta_{x23}} : \frac{\beta_{x41}}{\beta_{x24}} = 1, \quad \beta_{xik} = \frac{x_i - x_k}{c(t_i - t_k)}, \quad (28)$$

и если для каждой пары соответствующих точек (событий) (x_i, t_i) в (28) подставим их выражения через координаты движущейся системы (17), (18), то получим

$$\beta_{xik} = \frac{\beta'_{xik} + V/c}{1 + \beta'_{xik} V/c}, \quad \beta'_{xik} = \frac{x_{si} - x_{sk}}{c(t_{si} - t_{sk})}. \quad (29)$$

Если в выражение (28) вместо x -координат точек подставить y - и z -координаты, то таким же образом, используя еще (22), можно найти аналогичные соотношения для данных координат выбранных точек:

$$\beta_{yik} = \frac{y_i - y_k}{c(t_i - t_k)} = \frac{\beta'_{yik} \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \beta'_{xik} V/c}, \quad \beta'_{yik} = \frac{y_{si} - t_{sk}}{c(t_{si} - t_{sk})}, \quad (30)$$

$$\beta_{zik} = \frac{z_i - z_k}{c(t_i - t_k)} = \frac{\beta'_{zik} \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \beta'_{xik} V/c}, \quad \beta'_{zik} = \frac{z_{si} - t_{sk}}{c(t_{si} - t_{sk})}. \quad (31)$$

Полученные соотношения известны как релятивистский закон сложения скоростей.

Таким образом, вместо интервала (23) существует известный инвариант (24), согласно которому соответствие между пространственными координатами и временем устанавливается при условии задания трех событий. Интервал (23), определяемый парой событий, очевидно, этому условию не удовлетворяет.

5. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ЭФФЕКТЫ И ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Пусть имеем два события (x_1, t_1) и (x_2, t_2) в K -системе и соответствующие им события (x_{s1}, t_{s1}) и (x_{s2}, t_{s2}) в K_s -системе. На основе новых преобразований ($V > 0$) можно получить для смещенных координат

$$\Delta x_s = \Delta x - c\Delta t \cos \theta_L, \quad c\Delta t_s = c\Delta t - \Delta x \cos \theta_L \quad (32)$$

и для несмещенных координат

$$\Delta x = \gamma^2(\Delta x_s + c\Delta t_s \cos \theta_L), \quad c\Delta t = \gamma^2(c\Delta t_s + \Delta x_s \cos \theta_L), \quad (33)$$

где $\Delta x_s = x_{s2} - x_{s1}$, $\Delta t_s = t_{s2} - t_{s1}$ и $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta t = t_2 - t_1$. Напомним также связь «штрихованных» и смещенных величин (см. (12), (13)):

$$\Delta x' = \gamma \Delta x_s, \quad c\Delta t' = c\gamma \Delta t_s. \quad (34)$$

Пусть Δx есть длина покоящегося стержня, т.е. x_1 и x_2 — координаты его концов в системе K . В движущейся K_s -системе длиной стержня называют разность координат его концов Δx_s , найденных в один и тот же момент

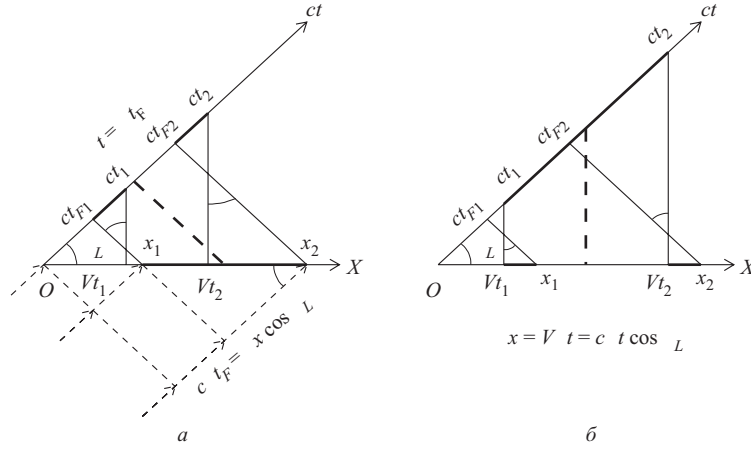


Рис. 6. Иллюстрация к сокращению длины и времени: а) два одновременных события $\Delta t_s = 0$ в движущейся системе; б) два события в одном и том же месте $\Delta x_s = 0$ в движущейся системе

времени $\Delta t_s = 0$ (по определению). Согласно определению из первой формулы (33) (и используя (34) для «штрихованных» величин) следует, что длина стержня короче, чем длина, выраженная через «штрихованные» координаты:

$$\Delta x = \gamma^2 \Delta x_s = \gamma \Delta x'. \quad (35)$$

Но, как видно из второй формулы (32), условие $\Delta t_s = 0$, вытекающее из определения длины, приводит к следующему:

$$c\Delta t = \Delta x \cos \theta_L \equiv c\Delta t_F, \quad (36)$$

т. е. $\Delta t \neq 0, t_1 \neq t_2$ (Δt_F — разность времени задержки в x_1 и x_2). Это значит, что движущаяся система K_s , находясь в двух разных точках Vt_1 и Vt_2 (относительно которых концы стержня имеют координаты x_{s1} и x_{s2}), имеет одинаковые показания часов $t_{s1} = t_{s2}$, «установленных» на концах стержня (см. рис. 6, а). Следовательно, координаты x_{s1} и x_{s2} измерены из двух смещенных положений системы K_s .

Условие одновременности $\Delta t_s = 0$, требуемое для измерения длины стержня в K_s и приводящее к (36), является также выражением волнового характера распространения вдоль оси X начального отсчета времени со скоростью v_F (11). Волновой характер движения некоторого возмущения проявляется в том, что значение функции $\psi = \psi(x, t)$, изображающей данное

возмущение в некоторой точке (x, t) , повторяется в более удаленной точке $(x + dx, t + dt)$ [7]. Если время t_s принять как аргумент функции $\psi(t - xV/c^2)$, то значение функции ψ повторится при условии

$$\begin{aligned} t - xV/c^2 &= (t + \Delta t) - (x + \Delta x)V/c^2 \Rightarrow c\Delta t = \\ &= \Delta x \cos \theta_L \Rightarrow \Delta x / \Delta t = c/\beta \equiv v_F, \end{aligned} \quad (37)$$

а именно возмущение, которое в данном случае есть начальный момент возбуждения полусферы, распространяется с конечной скоростью $v_F > c$. Выбранный аргумент функции ψ приводит [7] к дифференциальному уравнению, описывающему это волновое движение в виде

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}. \quad (38)$$

При $\beta = 1$ (или $v_F = c$) оно совпадает с известным уравнением для света и $\psi = \psi(t \pm x/c)$. При $\beta = 0$ (или $v_F = \infty$, когда «боковой» фронт совпадает с «прямым» пучком) функция ψ не зависит от x и начальный отсчет времени одинаков для всех точек оси X (ньютоновское время): $\psi = \psi(t)$.

Из первого уравнения (32) видно, что длина стержня одинаковая для обеих систем $\Delta x_s = \Delta x$, если измерять два события (x_1, t) и (x_2, t) в K -системе при $\Delta t = 0$. В этом случае измерение координат x_{s1} и x_{s2} в K_s -системе производится в разные моменты времени t_{s1} и t_{s2} , но из одного положения Vt системы K_s . Можно выбрать $t_{s1} = -t_{s2}$, для которых $ct = (x_1 + \Delta x/2) \cos \theta_L$. Данный момент времени t соответствует проекции средней точки стержня на луч ct (пунктирная линия на рис. 6, а).

Рассмотрим в K_s два события в одном и том же месте $\Delta x_s = 0$ и различающихся интервалом времени $\Delta t_s = t_{s2} - t_{s1}$. Тогда длительность интервала времени в K -системе следует из второй формулы (33):

$$\Delta t = \gamma^2 \Delta t_s = \gamma \Delta t', \quad (39)$$

т. е. длительность интервала времени в K_s меньше, чем длительность, выраженная через «штрихованные» координаты. Но, как это видно из первой формулы (32), условие $\Delta x_s = 0$ приводит к тому, что $\Delta x = c\Delta t \cos \theta_L = V\Delta t$, т. е. $\Delta x \neq 0, x_1 \neq x_2$ в K -системе. Это значит, что движущаяся система K_s проходит через две разные точки Vt_1 и Vt_2 , относительно которых точки x_1 и x_2 имеют одну и ту же координату $x_{s1} = x_{s2}$ (см. рис. 6, б). Следовательно, моменты времени t_{s1} и t_{s2} измерены из двух смещенных положений системы K_s с величиной смещения $\Delta x = V\Delta t$. Как видно из (36), разность времени задержки в этом случае есть $\Delta t_F = \Delta t \cos^2 \theta_L$, поэтому длительность в K_s составляет $\Delta t_s = \Delta t - \Delta t_F$, что совпадает с (39).

Из второго уравнения (32) видно, что длительность времени одинаковая $\Delta t_s = \Delta t$ для обеих систем, если измерять два события (x, t_1) и (x, t_2)

в K -системе при $\Delta x = 0$. Здесь измерение моментов времени t_{s1} и t_{s2} производится также из двух положений системы K_s , относительно которых точка x имеет координаты x_{s1} и x_{s2} , но разность времени задержки в этом случае есть $\Delta t_F = 0$. Можно выбрать $x_{s1} = -x_{s2}$, для которых $x = V(t_1 + \Delta t/2) = c(t_1 + \Delta t/2) \cos \theta_L$. Эта точка x соответствует проекции средней точки интервала $c\Delta t$ на ось X (пунктирная линия на рис. 6, б).

Таким образом, изменение длины стержня и временного промежутка в движущейся системе обусловлено сдвигами начала отсчета координат и времени.

6. ЛОРЕНЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ-ИМПУЛЬСА

Преобразование Лоренца для 4-импульса частицы можно получить на основе релятивистского закона сложения скоростей, который, в свою очередь, можно получить не только из координатных преобразований, но, как известно, и из свойства аддитивности быстрот:

$$\rho' = \rho - \rho_o, \quad \rho = \rho' + \rho_o, \quad (40)$$

где ρ' есть быстрота частицы в движущейся системе K_s , ρ — в покоящейся K -системе, и ρ_o является быстротой, соответствующей скорости движущейся системы: $\text{th} \rho_o = \beta_o = V/c$ (все быстроты в единицах $c = 1$). Поэтому $\beta' = \text{th} \rho'$ и $\beta = \text{th} \rho$ есть скорости частицы в K_s - и K -системах соответственно. Гиперболические тангенсы от (40) приводят к релятивистскому сложению скоростей:

$$\begin{aligned} \text{th} \rho' &= (\text{th} \rho - \text{th} \rho_o) / (1 - \text{th} \rho \text{th} \rho_o), \\ \text{th} \rho &= (\text{th} \rho' + \text{th} \rho_o) / (1 + \text{th} \rho' \text{th} \rho_o). \end{aligned} \quad (41)$$

Скорость $\beta = \text{th} \rho = (m \text{sh} \rho) / (m \text{ch} \rho) = P/E$, выраженная через 4-импульс частицы, где m — масса, $P = m \text{sh} \rho = m\beta / \sqrt{1 - \beta^2}$ — импульс, $E = m \text{ch} \rho = m / \sqrt{1 - \beta^2}$ — энергия, преобразуется согласно (41). Поэтому, зная тангенсы быстрот, можно найти соответствующие синусы и косинусы. Проще их найти непосредственно для (40). Для первого уравнения (40) имеем

$$\text{sh} \rho' = \text{sh} \rho \text{ch} \rho_o - \text{ch} \rho \text{sh} \rho_o, \quad \text{ch} \rho' = \text{ch} \rho \text{ch} \rho_o - \text{sh} \rho \text{sh} \rho_o. \quad (42)$$

Умножая эти соотношения на m и учитывая определение энергии-импульса, находим преобразование Лоренца:

$$P' = (P - \beta_o E) / \sqrt{1 - \beta_o^2}, \quad E' = (E - \beta_o P) / \sqrt{1 - \beta_o^2}. \quad (43)$$

Обратное преобразование находится таким же образом из второго уравнения (40). В общем случае, когда направление скорости частицы β не совпадает с направлением движения системы, в (40), очевидно, следует иметь в виду ее продольные быстроты, а в (43) — продольные импульсы.

Итак, требование к скорости, выраженной через энергию и импульс частицы, следовать релятивистскому закону преобразования скоростей может служить критерием их определения. Принятое определение энергии-импульса удовлетворяет этому критерию, поэтому преобразование Лоренца для 4-импульса является следствием закона сложения скоростей и выполняется в рамках подхода.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Обнаружено, что геометрический образ ППЛ в пространстве скоростей есть результат математического отображения процесса синхронизированного движения частицы и пучков света в евклидовом пространстве.

- Установлено, что время задержки в последовательном испускании двух световых полусфер по принципу Гюйгенса из центров, через которые проходит частица, есть физическое обоснование отрицания V постулата и определения параллельных по Лобачевскому в пространстве скоростей.

- Обнаружено, что синхронизация движения частицы и пучков света, направленных в соответствии с функцией Лобачевского, является новым методом синхронизации событий, происходящих в различных точках пространства. Сформулировано новое содержание понятий одновременности, общего времени и собственного времени.

- Получено новое преобразование координат инерциальных систем, из которого следует релятивистский закон сложения скоростей и существование световой среды — движущегося эфира.

- Показано, что функция Лобачевского выражает и принцип относительности, и принцип постоянства скорости света: относительность состояния тела эквивалентна равноправности направлений распространения световых пучков.

- Показано, что начальный момент отсчета времени для движущейся системы распространяется в направлении ее движения с конечной скоростью, большей скорости света.

- Показано, что природа релятивистских эффектов заключается в сдвигах начала отсчета координат и времени для движущейся системы и что возможны другие условия измерения, при которых эти эффекты отсутствуют.

- Показано, что преобразование Лоренца для 4-импульса частицы выполняется в рамках подхода.

- Предложен известный в проективной геометрии инвариант сложного отношения четырех точек и новое волновое уравнение движения.

Автор выражает благодарность А.П. Чеплакову и О.В. Рогачевскому за полезные обсуждения и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Эйнштейн А.* К электродинамике движущегося тела // Принцип относительности: Сб. ст. М., 1973. С. 97.
2. *Черников Н.А.* // ЭЧАЯ. 1973. Т. 4, вып. 3. С. 733.
3. *Паули В.* Теория относительности. М., 1947. С. 24.
4. *Fadeev N. G.* The inertia system coordinate transformation based on the Lobachevsky function // Proc. of the Intern. Conf. on «New Trends in High-Energy Physics», Yalta (Ukraine), Sept. 22–29, 2001. Kiev, 2001. P. 282.
5. *Ефимов Н.В.* Высшая геометрия. М., 1978. С. 90; 107; 304; 343; 393.
6. *Ландау Л.Д.* Теория поля. М., 1962. С. 20.
7. *Ландсберг Г.С.* Оптика. М., 1952. С. 26.

Получено 8 апреля 2004 г.

Редактор *О. Г. Андреева*

Подписано в печать 05.07.2004.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,83. Тираж 415 экз. Заказ № 54505.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@pds.jinr.ru

www.jinr.ru/publish/