

РЕДКИЕ РАСПАДЫ ОЧАРОВАННЫХ МЕЗОНОВ В ПСЕВДОСКАЛЯРНЫЕ ЛЕГКИЕ МЕЗОНЫ

В. О. Галкин^{1, *}, *И. С. Суханов*^{1, 2, **}

¹ Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
РАН, Москва

² Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва

Подробно исследованы редкие распады D -мезонов в легкие псевдоскалярные мезоны, протекающие через изменяющий аромат нейтральный ток. Формфакторы, параметризующие матричные элементы слабого тока между мезонными состояниями, рассчитаны в рамках релятивистской кварковой модели с последовательным учетом релятивистских эффектов. Вклады электрослабого взаимодействия на малых расстояниях и промежуточных резонансов на больших расстояниях учтены с помощью эффективных коэффициентов Вильсона. На основе метода спиральных амплитуд вычислены дифференциальные относительные вероятности распада. Полученные результаты согласуются с имеющимися экспериментальными верхними ограничениями и другими теоретическими предсказаниями.

Rare decays of D mesons into light pseudoscalar mesons governed by the flavor-changing neutral current are studied in detail. Form factors parameterizing the matrix elements of the weak current between meson states are calculated within the framework of the relativistic quark model, with consistent account of relativistic effects. Contributions from the electroweak interaction at small distances and intermediate resonances at large distances are taken into account using effective Wilson coefficients. On the basis of the helicity amplitude formalism, differential branching fractions were calculated. The results are consistent with existing upper experimental constraints and other theoretical predictions.

PACS: 13.25.Ft; 13.30.Ce; 12.39.Ki

ВВЕДЕНИЕ

Изучение редких распадов, обусловленных изменяющими аромат нейтральными токами, является важным инструментом проверки Стандартной модели (СМ) и поисков физики за ее пределами. Такие распады запрещены на древесном уровне в СМ, и поэтому они очень чувствитель-

* E-mail: galkin@ccas.ru

** E-mail: suhanov.is17@physics.msu.ru

ны к вкладам новой физики. В последние годы достигнут существенный прогресс в изучении редких распадов адронов с участием b -кварков [1, 2]. Распады с участием c -кварка, однако, на данный момент намного хуже исследованы. Это связано, в первую очередь, с тем, что они дополнительно сильно подавлены механизмом Глэшоу–Илиопулоса–Майяни (далее ГИМ) [3]. Исследование редких распадов с участием c -кварка также осложнено необходимостью учета промежуточных резонансов, которые значительно превосходят вклады электрослабой физики. Кроме того, многие расширения СМ нарушают подавление ГИМ и приводят к предсказаниям, которые на порядки больше, чем в СМ [4].

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КВАРКОВАЯ МОДЕЛЬ

Для расчета свойств мезонов в данной работе используется релятивистская кварковая модель, основанная на квазипотенциальном подходе. В этой модели мезон массы M описывается волновой функцией $\Psi_M(\mathbf{p})$ связанного кварк-антикваркового состояния, удовлетворяющей квазипотенциальному уравнению шредингеровского вида

$$\left(\frac{b^2(M)}{2\mu_R} - \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu_R} \right) \Psi_M(\mathbf{p}) = \int \frac{d^3q}{2\pi^3} V(\mathbf{p}, \mathbf{q}; M) \Psi_M(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где \mathbf{p} — относительный импульс кварков. Квадрат относительного импульса в системе центра масс на массовой поверхности равен

$$b^2(M) = \frac{[M^2 - (m_1 + m_2)^2][M^2 - (m_1 - m_2)^2]}{4M^2}, \quad (2)$$

а релятивистская приведенная масса определяется соотношением

$$\mu_R = \frac{M^4 - (m_1^2 - m_2^2)^2}{4M^3}, \quad (3)$$

где $m_{1,2}$ — массы кварков.

Все параметры модели были зафиксированы в работе [5] из рассмотрения адронной спектроскопии и адронных распадов.

Для рассмотрения редких распадов D -мезонов необходимо вычислить адронный матричный элемент локального тока, определяющего слабый переход $c \rightarrow u$. В квазипотенциальном подходе матричный элемент этого слабого тока J_μ^W между начальным D -мезоном с четырехимпульсом p_D и конечным мезоном F с четырехимпульсом p_F определяется выражением

$$\langle F(p_F) | J_\mu^W | D(p_D) \rangle = \int \frac{d^3p d^3q}{(2\pi)^6} \bar{\Psi}_{F\mathbf{p}_F}(\mathbf{p}) \Gamma_\mu(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \Psi_{D\mathbf{p}_D}(\mathbf{q}), \quad (4)$$

где $\Psi_{M\mathbf{p}_M}$ — начальная и конечная мезонные волновые функции, спроецированные на состояния с положительной энергией и бустированные в движущуюся систему отсчета с трехимпульсом \mathbf{p}_M . Вершинная функция состоит из двух частей [6]: первая часть соответствует импульсному приближению, вторая учитывает взаимодействие активных кварков (c, u) со спектаторным кварком и включает часть пропагатора активного кварка с отрицательной энергией.

Расчеты распадов адронов обычно ведутся в системе покоя распадающегося адрона, в данном случае это D -мезон, и поэтому его импульс $\mathbf{p}_D = 0$. Тогда конечный мезон F движется с импульсом отдачи $\Delta = \mathbf{p}_F$ и его волновая функция должна быть бустирована в движущуюся систему отсчета. Волновая функция движущегося мезона $\Psi_{F\Delta}$ связана с волновой функцией в системе покоя Ψ_{F0} преобразованием

$$\Psi_{F\Delta}(\mathbf{p}) = D_f^{1/2}(R_{L\Delta}^W) D_q^{1/2}(R_{L\Delta}^W) \Psi_{F0}, \quad (5)$$

где R^W — вигнеровское вращение; L_Δ — канонический лоренцев буст из системы покоя мезона в движущуюся систему отсчета.

Матричные элементы нейтрального слабого тока, изменяющего аромат J_μ^W для распадов D -мезонов в псевдоскалярные мезоны, могут быть параметризованы тремя инвариантными формфакторами:

$$\begin{aligned} \langle \pi(p_\pi) | \bar{u}\gamma^\mu c | D(p_D) \rangle &= \\ &= f_+(q^2) \left[p_D^\mu + p_\pi^\mu - \frac{M_D^2 - M_\pi^2}{q^2} q^\mu \right] + f_0(q^2) \frac{M_D^2 - M_\pi^2}{q^2} q^\mu, \\ \langle \pi(p_\pi) | \bar{u}\gamma^\mu \gamma_5 c | D(p_D) \rangle &= 0, \\ \langle \pi(p_\pi) | \bar{u}\sigma^{\mu\nu} q_\nu c | D(p_D) \rangle &= \frac{if_T(q^2)}{M_D + M_\pi} \left[q^2(p_D^\mu + p_\pi^\mu) - (M_D^2 - M_\pi^2)q^\mu \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где $q = p_D - p_\pi$, M_π — масса скалярного мезона.

Явный вид формфакторов в рамках релятивистской кварковой модели представлен в статье [6]. В данной работе мы будем пользоваться

Таблица 1. **Формфакторы слабых распадов D -мезонов**

Формфактор	$f(0)$	$f(q_{\max}^2)$	a	b
f_+	0,640	2,332	0,332	0,557
f_0	0,640	1,314	0,409	-0,382
f_T	0,294	1,618	-0,920	-1,786

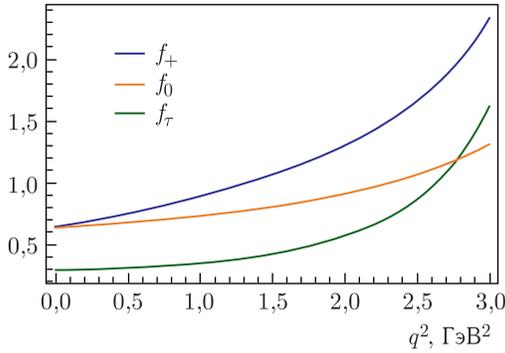


Рис. 1. Формфакторы распада $D \rightarrow \pi l^+ l^-$

их полиномиальной аппроксимацией вида

$$f_{+,T}(q^2) = \frac{f_{+,T}(0)}{(1 - q^2/M^2)(1 - aq^2/M^2 + bq^4/M^4)}, \quad (7)$$

$$f_0(q^2) = \frac{f_0(0)}{1 - aq^2/M^2 + bq^4/M^4},$$

где $M = 2,010$ ГэВ — масса D^* -мезона.

Характерный вид формфакторов (табл. 1) представлен на рис. 1.

ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН

Эффективный гамильтониан для переходов $c \rightarrow ul^+l^-$ имеет вид [7]

$$H_{\text{eff}} = -\frac{4G_F}{\sqrt{2}} \left(V_{cb}^* V_{ub} H_{\text{eff}}^{(s)} + V_{cd}^* V_{ud} H_{\text{eff}}^{(d)} \right), \quad (8)$$

где

$$H_{\text{eff}}^{(s)} = C_1 \mathcal{O}_1^s + C_2 \mathcal{O}_2^s + \sum_{i=3}^9 C_i \mathcal{O}_i, \quad (9)$$

$$H_{\text{eff}}^{(d)} = C_1 (\mathcal{O}_1^s - \mathcal{O}_1^d) + C_2 (\mathcal{O}_2^s - \mathcal{O}_2^d); \quad (10)$$

здесь G_F — константа Ферми; V_{ij} — элементы матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскавы. Операторы \mathcal{O}_i образуют базис в рамках СМ. Важнейшие для рассматриваемого распада операторы:

$$\mathcal{O}_7 = -\frac{g_{\text{em}} m_c}{16\pi^2} (\bar{u}_L \sigma^{\mu\nu} c_R) F_{\mu\nu},$$

$$\mathcal{O}_9 = \frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu c_L) (\bar{l} \gamma^\mu l), \quad (11)$$

$$\mathcal{O}_{10} = \frac{\alpha_{\text{em}}}{4\pi} (\bar{u}_L \gamma_\mu \gamma_5 c_L) (\bar{l} \gamma^\mu l).$$

В рамках данной работы коэффициенты Вильсона используются с точностью до поправок $O(\alpha_s^3)$ и имеют вид:

$$C_i(\mu) = C_i^{(0)}(\mu) + \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} C_i^{(1)}(\mu) + \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi}\right)^2 C_i^{(2)}(\mu) + O(\alpha_s^3(\mu)). \quad (12)$$

Поправки к различным коэффициентам Вильсона на малых расстояниях были рассчитаны в [8]. Заметим, что, в отличие от распадов B -мезонов, коэффициент Вильсона C_{10} обращается в нуль для переходов $c \rightarrow u$ из-за идеального подавления ГИМ в пределе $m_b^2/m_W^2 \rightarrow 0$. Этот факт делает переходы $c \rightarrow u$ крайне интересными для поисков новой физики.

Для удобства дальнейших вычислений запишем матричные элементы операторов $\mathcal{O}_{1-6,8}$ через эффективные коэффициенты Вильсона $C_{7,9}^{\text{eff}}(\mu)$ и $C_{10}^{\text{eff}} = 0$. Точные значения коэффициентов C_i и $C_7^{\text{eff}}(\mu)$ приведены в работе [8]. Коэффициент Вильсона C_9^{eff} в однопетлевом порядке имеет вид

$$\begin{aligned} C_9^{\text{eff}}(q^2) = & (V_{cd}^* V_{ud} + V_{cs}^* V_{us}) \times \\ & \times \left[C_9 + h(m_c, q^2) \left(7C_3 + \frac{4}{3}C_4 + 76C_5 + \frac{64}{3}C_6 \right) - \right. \\ & - h(m_s, q^2)(3C_3 + 30C_5) + \frac{4}{3}h(0, q^2) \left(3C_3 + C_4 + \frac{69}{2}C_5 + 16C_6 \right) + \\ & \left. + \frac{8}{3}(C_3 + 10C_5) \right] - (V_{cd}^* V_{ud} h(0, q^2) + V_{cs}^* V_{us} h(m_s, q^2)) \left(\frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{2}C_2 \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} h(m_q, q^2) = & -\frac{8}{9} \ln \frac{m_q}{m_c} + \frac{8}{27} + \frac{4}{9}x - \frac{2}{9}(2+x)|1-x|^{1/2} \times \\ & \times \begin{cases} \ln \left| \frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}-1} \right| - i\pi, & x \equiv \frac{4m_q^2}{q^2} < 1, \\ 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{x-1}}, & x > 1, \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

$$h(0, q^2) = \frac{8}{27} - \frac{4}{9} \ln \frac{q^2}{m_c^2} + \frac{4}{9}i\pi. \quad (15)$$

Помимо петлевых эффектов на малых расстояниях, существенный вклад на больших расстояниях будут давать промежуточные резонансы.

Эффекты резонансов учитываются с помощью дополнительных эффективных коэффициентов Вильсона с использованием параметризации

Брейта–Вигнера:

$$C_9^R(q^2) = a_\rho e^{i\delta_\rho} \left(\frac{1}{q^2 - M_\rho^2 + iM_\rho\Gamma_\rho} - \frac{1}{3} \frac{1}{q^2 - M_\omega^2 + iM_\omega\Gamma_\omega} \right) + \frac{a_\phi e^{i\delta_\phi}}{q^2 - M_\phi^2 + iM_\phi\Gamma_\phi}, \quad (16)$$

где M_M и Γ_M — масса и ширина распада промежуточных мезонов $M = \rho, \omega, \phi$. Изоспиновая связь между вкладами резонансов ρ и ω была явно учтена. Параметры δ_M можно будет определить только после получения точных экспериментальных данных. Поэтому будем рассматривать их как свободные параметры. Константу связи a_M оценим, предполагая, что

$$\text{Br}(D \rightarrow \pi M(M \rightarrow l^+l^-)) \approx \text{Br}(D \rightarrow \pi M) \text{Br}(M \rightarrow l^+l^-), \quad (17)$$

где $\text{Br}(D \rightarrow \pi M)$ и $\text{Br}(M \rightarrow l^+l^-)$ берутся из экспериментальных данных [9–11]. В рамках релятивистской кварковой модели эти константы составляют величины, приведенные в табл. 2.

Таблица 2. Константы связи a_M

Распад	a_ρ	a_ϕ
$D^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$	$0,17 \pm 0,02$	$0,23 \pm 0,01$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$	$0,17 \pm 0,02$	$0,23 \pm 0,01$
$D^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$	$0,84 \pm 0,04$	$0,24 \pm 0,01$
$D^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$	$0,83 \pm 0,04$	$0,23 \pm 0,01$

Тогда дифференциальная ширина распада будет определяться следующим образом:

$$\frac{d\Gamma(D \rightarrow \pi l^+l^-)}{dq^2} = \frac{G_F^2 \alpha^2}{1536\pi^5 M_D^3} q^2 \lambda^{1/2} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} H^{(1)} H^{\dagger(1)} \left(1 + \frac{2m_l^2}{q^2} \right), \quad (18)$$

где $H^{(1)} H^{\dagger(1)} \equiv H_0^{(1)} H_0^{\dagger(1)} + H_+^{(1)} H_+^{\dagger(1)} + H_-^{(1)} H_-^{\dagger(1)}$.

Спиральные амплитуды для распада $D \rightarrow \pi l^+l^-$ (с учетом того, что $C_{10}^{\text{eff}} = 0$) имеют следующий вид [12]:

$$H_\pm^{(1)} = 0, \quad H_0^{(1)} = \frac{\lambda^{1/2}}{\sqrt{q^2}} \left[C_9^{\text{eff}} f_+(q^2) + C_7^{\text{eff}} \frac{2m_c}{M_D + M_\pi} f_T(q^2) \right]. \quad (19)$$

Как было показано в работах [13, 14], помимо вкладов векторных резонансов с квантовыми числами фотона, возможны также вклады псевдоскалярных резонансов, связанных с лептонами через двухфотонный обмен. Такие вклады сильно подавлены, но из-за малой ширины псевдоскалярных η - и η' -мезонов могут давать узкие пики в дифференциальную ширину.

Эти эффекты можно учесть, введя дополнительный эффективный коэффициент Вильсона:

$$C_R^P(q^2) = \frac{a_\eta e^{i\delta_\eta}}{q^2 - M_\eta^2 + iM_\eta\Gamma_\eta} + \frac{a_{\eta'}}{q^2 - M_{\eta'}^2 + iM_{\eta'}\Gamma_{\eta'}}. \quad (20)$$

Значения констант связи a_η и $a_{\eta'}$ для распадов $D \rightarrow \pi\mu^+\mu^-$ были рассчитаны в [13]. Отдельно отметим, что для распадов в электронную пару вклад этих резонансов будет пренебрежимо мал из-за малой массы электрона.

Поправка к дифференциальной ширине распада будет иметь вид [15]

$$\frac{d\Gamma_{2\gamma}}{dq^2} = \frac{G_F^2 \alpha^2}{1024\pi^5 M_D^3} q^2 \lambda^{1/2} \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{q^2}} |C_P^R(q^2)|^2 f_0^2(q^2) \frac{(M_D^2 - M_\pi^2)^2}{m_c^2}.$$

Перейдем к рассмотрению полученных результатов.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2 и 3 показаны чистые нерезонансные дифференциальные относительные вероятности распада, определяемые в СМ коэффициентами $C_7^{\text{eff}}, C_9^{\text{eff}}$ на малых расстояниях (оранжевые кривые, 1), и резонансные, определяемые преимущественно $C_{9,P}^R$ (зеленые кривые, 2), а также имеющиеся на данный момент экспериментальные ограничения (серые полосы, 3). Нерезонансный вклад подавлен на несколько порядков по отношению к резонансному в СМ. Ширина графика представляет собой теоретическую неопределенность формфакторов, резонансных параметров a_M с соответствующими фазами δ_M . Наибольшая неопределенность связана с неизвестными фазами δ_M из-за эффекта интерференции резонансов.

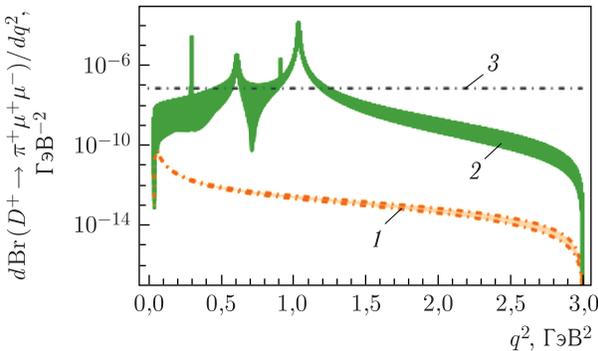


Рис. 2 (цветной в электронной версии). Дифференциальная относительная вероятность распада $D^+ \rightarrow \pi^+\mu^+\mu^-$

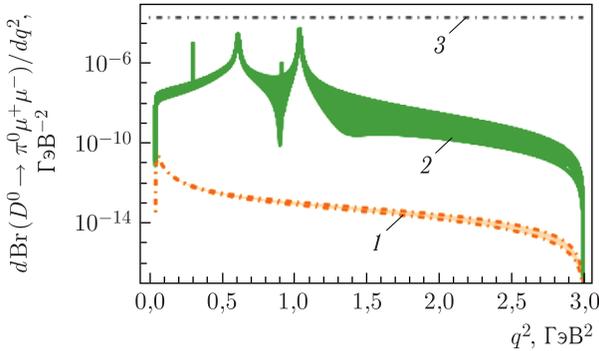


Рис. 3. Дифференциальная относительная вероятность распада $D^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$

Из рис. 2 можно сделать вывод, что редкий распад D^+ -мезона имеет огромные неопределенности при малых q^2 и вблизи пика ρ . В то же время неопределенности гораздо меньше в области около массы ϕ и больших значений q^2 . Обратная ситуация наблюдается для распада D^0 -мезона (см. рис. 3), где неопределенности меньше в области малых q^2 . Важно заметить, что величина неопределенностей может измениться в будущих измерениях относительных вероятностей распада $\text{Br}(D \rightarrow \pi M)$ и $\text{Br}(M \rightarrow l^+ l^-)$.

В последние годы были получены очень хорошие экспериментальные ограничения для распада $D^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$ [16], которые близки к относительной вероятности распада с учетом промежуточных резонансов, что видно на рис. 2. Расчет точного значения относительной вероятности распада осложнен неопределенностью фазы δ_M , сильно влияющей на итоговое значение относительной вероятности распада [15].

Для будущих поисков новой физики обычно рассчитывают относительную вероятность распада без учета промежуточных резонансов. Численные значения относительных вероятностей распада, их экспериментальные ограничения и сравнение с другими теоретическими предсказаниями представлены в табл. 3.

Таблица 3. Относительные вероятности распада без учета промежуточных резонансов

Распад	Теория	[13]	[17]	Эксперимент
$D^+ \rightarrow \pi^+ e^+ e^-$	$2,3 \cdot 10^{-12}$	$4,6 \cdot 10^{-12}$	$6 \cdot 10^{-12}$	$< 1,1 \cdot 10^{-6}$
$D^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ \mu^-$	$1,8 \cdot 10^{-12}$	$3,7 \cdot 10^{-12}$	$6 \cdot 10^{-12}$	$< 6,7 \cdot 10^{-8}$
$D^0 \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$	$4,5 \cdot 10^{-13}$	$9,1 \cdot 10^{-13}$	—	$< 4 \cdot 10^{-6}$
$D^0 \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$	$3,6 \cdot 10^{-13}$	$7,3 \cdot 10^{-13}$	—	$< 1,8 \cdot 10^{-4}$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен подробный анализ редких распадов D^+ - и D^0 -мезонов в псевдоскалярные мезоны. Вычислены формфакторы, параметризующие матричные элементы изменяющего аромат нейтрального слабого тока между начальными D -мезонами и конечными псевдоскалярными мезонами в рамках релятивистской кварковой модели, основанной на квазипотенциальном подходе.

С помощью эффективных коэффициентов Вильсона учтены эффекты электрослабого взаимодействия на малых расстояниях и вклады резонансов на больших расстояниях. Эффекты резонансов учтены с помощью параметризации Брейта–Вигнера. Константы связи оценены в рамках релятивистской кварковой модели на основе имеющихся экспериментальных данных.

С помощью формфакторов и метода спиральных амплитуд были получены явные выражения для дифференциальной относительной вероятности от квадрата переданного импульса q^2 . Рассчитаны полные вероятности распада рассматриваемых распадов без учета резонансных вкладов. Полученные значения вероятностей распадов хорошо согласуются с экспериментальными ограничениями и другими теоретическими предсказаниями.

Благодарности. Авторы благодарны А. В. Бережному и М. А. Иванову за полезные обсуждения.

Финансирование. Работа И. С. Суханова была финансово поддержана Фондом развития теоретической физики и математики «Базис» (грант 23-2-2-11-1).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Blake T., Gershon T., Hiller G.* Rare b Hadron Decays at the LHC // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 2015. V. 65. P. 113–143.
2. *Ambis Y. et al. (Heavy Flavor Averaging Group Collab.).* Averages of b -Hadron, c -Hadron, and τ -Lepton Properties as of 2021 // *Phys. Rev. D.* 2023. V. 107. P. 052008.
3. *Glashow S.L., Iliopoulos J., Maiani L.* Weak Interactions with Lepton–Hadron Symmetry // *Phys. Rev. D.* 1970. V. 2, No. 7. P. 1285.
4. *Gisbert H., Golz M., Mitzel D.S.* Theoretical and Experimental Status of Rare Charm Decays // *Mod. Phys. Lett. A.* 2021. V. 36, No. 04. P. 2130002.
5. *Ebert D., Faustov R., Galkin V.* Properties of Heavy Quarkonia and B_c Mesons in the Relativistic Quark Model // *Phys. Rev. D.* 2003. V. 67. P. 014027.
6. *Ebert D., Faustov R.N., Galkin V.O.* Rare Semileptonic Decays of B and B_c Mesons in the Relativistic Quark Model // *Phys. Rev. D.* 2010. V. 82. P. 034032.

7. *Chetyrkin K., Misiak M., Münz M.* $|\Delta F| = 1$ Non-Leptonic Effective Hamiltonian in a Simpler Scheme // Nucl. Phys. B. 1998. V.520, No.1–2. P.279–297.
8. *de Boer S., Müller B., Seidel D.* Higher-Order Wilson Coefficients for $c \rightarrow u$ Transitions in the Standard Model // J. High Energy Phys. 2016. V.2016, No. 8. P.1–13.
9. *Aubert B. et al.* Measurement of CP Violation Parameters with a Dalitz Plot Analysis of $B^\pm \rightarrow D\pi^+\pi^-\pi^0 K^\pm$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V.99, No.25. P.251801.
10. *Bernet R. et al. (LHCb Collab.).* Amplitude Analysis of the $D^+ \rightarrow \pi^-\pi^+\pi^+$ Decay and Measurement of the $\pi^-\pi^+$ S -Wave Amplitude // J. High Energy Phys. 2023. V. 6, P.044.
11. *Ablikim M. et al. (BESIII Collab.).* Improved Measurements of the Absolute Branching Fractions of the Inclusive Decays $D^+(0) \rightarrow \phi X$ // Phys. Rev. D. 2019. V.100. P.072006.
12. *Faustov R. N., Galkin V. O.* Rare B_s Decays in the Relativistic Quark Model // Eur. Phys. J. C. 2013. V. 73. P. 1–16.
13. *de Boer S., Hiller G.* Flavor and New Physics Opportunities with Rare Charm Decays into Leptons // Phys. Rev. D. 2016. V. 93, No. 7. P.074001.
14. *Landsberg L. G.* Electromagnetic Decays of Light Mesons // Phys. Rep. 1985. V. 128, No. 6. P. 301–376.
15. *Rigo B., Golz M., Gudrun H., Andrey T.* The New Physics Reach of Null Tests with $D \rightarrow \pi ll$ and $D_s \rightarrow K ll$ Decays // Eur. Phys. J. C. 2020. V. 80, No.1. P. 65.
16. *Golobardes E. et al. (LHCb Collab.).* Searches for 25 Rare and Forbidden Decays of D^+ and D^+_s Mesons // J. High Energy Phys. 2021. V. 6, No. 44. P. 2021.
17. *Fajfer S., Prelovsek S.* Effects of Littlest Higgs Model in Rare D Meson Decays // Phys. Rev. D. 2006. V. 73, No. 5. P. 054026.