

О КВАНТОВАНИИ СКАЛЯРНОГО И СПИНОРНОГО ПОЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА

И. П. Волобуев *, *В. О. Егоров* **, *М. Н. Смоляков* ***

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына
Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, Москва

Показано, что последовательную процедуру канонического квантования действительного скалярного и спинорного полей можно провести без учета области под горизонтом черной дыры Шварцшильда, так что в полученных теориях канонические (анти)коммутационные соотношения выполняются точно, а гамильтонианы имеют стандартный вид. Спектры состояний с энергиями как больше, так и меньше массы поля оказываются непрерывными. Выявлено интересное свойство полученных теорий — удвоение числа квантовых состояний с энергиями больше массы поля, что является следствием топологии пространства-времени Шварцшильда.

It is shown that a consistent procedure of canonical quantization of real scalar and spinor fields can be carried out without taking into account the interior of the Schwarzschild black hole, so that in the resulting theories the canonical (anti)commutation relations are satisfied exactly, and the Hamiltonians have the standard form. The spectra of states with energies both greater and smaller than the field mass turn out to be continuous. An interesting property of the resulting theories has been revealed: a doubling of the number of quantum states with energies greater than the field mass, which is a consequence of the topological structure of the Schwarzschild space-time.

PACS: 04.70.Dy; 03.70.+k; 11.10.-z

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на полувековую историю исследований, некоторые вопросы квантования полей в присутствии черных дыр (ЧД) по-прежнему прояснены с недостаточной математической строгостью. Так, в классической работе [1] не проверено выполнение коммутационных соотношений для скалярного поля, что является необходимым шагом при проведении процедуры канонического квантования. В литературе детально не обсуждаются наличие и свойства полной системы собственных функций, по ко-

* E-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru

** E-mail: egorov@theory.sinp.msu.ru

*** E-mail: smolyakov@theory.sinp.msu.ru

торым будет производиться разложение квантованного поля. Отсутствует и согласие по поводу того, является ли спектр квантовых состояний дискретным или непрерывным даже в простейшем случае скалярного поля на фоне ЧД Шварцшильда в рамках релятивистской квантовой механики (см., например, противоречащие друг другу работы [2, 3]).

Кроме того, в недавней работе [4] была предложена концепция так называемого квантового клонирования внешних областей черной и белой дыр. В этом подходе область под горизонтом событий ЧД оказывается математическим артефактом, не оказывающим влияния на эволюцию системы, а квантовая теория строится только в пространстве над горизонтом. Таким образом, актуальным остается вопрос, возможно ли построить последовательную квантовую теорию поля в области пространства-времени только вне горизонта ЧД. В данной работе мы дадим положительный ответ на этот вопрос в случае массивного действительного скалярного поля и массивного спинорного поля в пространстве-времени Шварцшильда, а также обсудим свойства спектра полевых состояний.

СКАЛЯРНОЕ ПОЛЕ И ЕГО СПЕКТР

Действие действительного скалярного поля $\phi(x)$ в произвольных криволинейных координатах имеет вид

$$S = \int \mathcal{L} d^4x = \int \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{M^2}{2} \phi^2 \right) \sqrt{-g} d^4x. \quad (1)$$

Будем рассматривать метрику Шварцшильда в координатах t, r, θ, φ , ограничиваясь областью $r > r_0$, где r_0 — радиус Шварцшильда. Из этого действия получается стандартное уравнение движения

$$\sqrt{-g} g^{00} \ddot{\phi} + \partial_i (\sqrt{-g} g^{ij} \partial_j \phi) + M^2 \sqrt{-g} \phi = 0, \quad (2)$$

где точка обозначает производную по времени t .

Будем искать стационарные решения уравнения (2) в виде

$$\phi(t, \mathbf{x}) = e^{\pm iEt} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \phi_{lm}(E, r, \theta, \varphi) = e^{\pm iEt} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l f_l(E, r) Y_{lm}(\theta, \varphi). \quad (3)$$

Получаем следующее уравнение на радиальную функцию $f_l(E, r)$:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(1 - \frac{r_0}{r} \right) \frac{df_l}{dr} \right] - \frac{l(l+1)}{r^2} f_l + \frac{E^2}{1 - (r_0/r)} f_l - M^2 f_l = 0. \quad (4)$$

Без потери общности мы можем считать функции $f_l(E, r)$ действительными. Также можно показать, что у уравнения (4) не существует решений с $E = 0$ [5]. Это находится в согласии с теоремой «об отсутствии волос» у черной дыры.

Перейдем для удобства к безразмерным величинам

$$\rho = \frac{r}{r_0}, \quad \varepsilon = Er_0, \quad \mu = Mr_0, \quad u_l(\varepsilon, \rho) = r_0 f_l(E, r), \quad (5)$$

затем к «черепашьей» координате $z = \rho + \ln(\rho - 1)$ и, наконец, произведем замену

$$u_l(\varepsilon, z) = \frac{\psi_l(\varepsilon, z)}{\rho(z)}. \quad (6)$$

Тогда радиальное уравнение примет вид одномерного уравнения Шредингера

$$-\frac{d^2 \psi_l(\varepsilon, z)}{dz^2} + V_l(z) \psi_l(\varepsilon, z) = \varepsilon^2 \psi_l(\varepsilon, z) \quad (7)$$

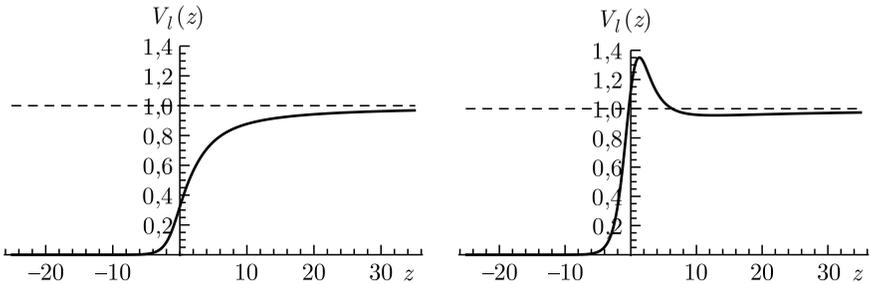
с потенциалом

$$V_l(z) = \frac{\rho(z) - 1}{\rho(z)} \left(\mu^2 + \frac{l(l+1)}{\rho^2(z)} + \frac{1}{\rho^3(z)} \right). \quad (8)$$

Можно показать, что $\lim_{z \rightarrow -\infty} V_l(z) = 0$ и $\lim_{z \rightarrow \infty} V_l(z) = \mu^2$. График потенциала (8) для двух значений l представлен на рисунке. Таким образом, потенциал (8) представляет собой одномерный потенциал типа «ступенька». В окрестности нуля он может иметь пики и провалы, но это не влияет на тот факт, что уравнение с таким потенциалом имеет такой же непрерывный спектр энергий при $\varepsilon > 0$, как и в стандартной задаче о прямоугольной ступеньке в квантовой механике.

Обсудим свойства радиальных решений $\psi_l(\varepsilon, z)$. При $\varepsilon < \mu$ для каждого ε и l существует единственное физически приемлемое решение, которое имеет асимптотики $\sim e^{-\sqrt{\mu^2 - \varepsilon^2} z}$ при $z \rightarrow \infty$ и $\sim \cos(\varepsilon z - \gamma_l)$ при $z \rightarrow -\infty$, где γ_l — некоторая фаза. Важно, что спектр радиальных состояний при $0 < \varepsilon < \infty$ является непрерывным, что обеспечивается фазой γ_l [6].

При $\varepsilon > \mu$ ситуация иная. Поскольку асимптотики решений конечны при $z \rightarrow \pm\infty$, для данных ε и l существует два линейно независимых



$V_l(z)$ для $\mu = 1$: $l = 0$ (слева) и $l = 2$ (справа). Штриховая линия обозначает μ^2 . Графики взяты из работы [5]

физически приемлемых решения. В принципе, эти решения могут быть связаны с решениями, соответствующими волнам, движущимся по направлениям $z \rightarrow \infty$ и $z \rightarrow -\infty$ (разумеется, потребуется учесть одномерное рассеяние потенциалом $V_l(z)$ в данных решениях), см., например, [7]. Однако без потери общности эти линейно независимые решения могут быть выбраны действительными, и далее мы будем нумеровать их индексом $p = 1, 2$. Так, возвращаясь к уравнению (4), мы обозначим его решения при $E > M$ как $f_{lp}(k, r)$, где $k = \sqrt{E^2 - M^2}$.

КВАЗИСОСТОЯНИЯ РАССЕЯНИЯ И СИСТЕМА РЕШЕНИЙ

Теперь, когда мы выяснили свойства спектра и решений уравнения (4), вернемся к размерным переменным и обычным координатам Шварцшильда.

Оказывается, что с физической точки зрения при энергиях $E > M$ более удобны не введенные ранее состояния $\phi_{lm}(E, r, \theta, \varphi)$, а квазисостояния рассеяния [5], определяемые аналогично стандартной теории рассеяния [8] как [9]:

$$\phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) \exp \left[i \left(\frac{\pi l}{2} + \tilde{\delta}_{lp}(k) \right) \right] P_l \left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{x}}{kr} \right) f_{lp}(k, r), \quad (9)$$

где $P_l(\dots)$ — полиномы Лежандра; $\tilde{\delta}_{lp}(k)$ — фазовые сдвиги, определяемые асимптотическим поведением функции $f_{lp}(k, r)$ при больших r (см. подробности в [5, 9]), $k = |\mathbf{k}|$ и $r = |\mathbf{x}|$. Функция $e^{\pm iEt} \phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{x})$ является решением уравнения движения (2) при $E = \sqrt{k^2 + M^2}$.

Можно показать, что поведение квазисостояний рассеяния при больших r дается выражением [9]

$$\phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \approx \frac{1}{\sqrt{2} (2\pi)^{3/2}} \times \left(\exp \left[i \left(\mathbf{k}\mathbf{x} - \frac{(2k^2 + M^2)r_0}{2k} \ln(kr) \right) \right] + A_p(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \frac{e^{ikr}}{r} \right), \quad (10)$$

где введены квазиамплитуды рассеяния

$$A_p(\mathbf{k}, \mathbf{x}) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) P_l \left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{x}}{kr} \right) \times \left(\exp \left[i \left(2\tilde{\delta}_{lp}(k) + \frac{(2k^2 + M^2)r_0}{2k} \ln(kr) \right) \right] - \exp \left[-i \frac{(2k^2 + M^2)r_0}{2k} \ln(kr) \right] \right). \quad (11)$$

Квазиамплитуды $A_p(\mathbf{k}, \mathbf{x})$ похожи на стандартные амплитуды рассеяния, но они явным образом зависят от r (через члены с $\ln(kr)$) и поэтому не могут рассматриваться как настоящие амплитуды рассеяния. Наличие модифицированной плоской волны

$$\exp \left[i \left(\mathbf{kx} - \frac{(2k^2 + M^2)r_0}{2k} \ln(kr) \right) \right]$$

в (10) вместо простой плоской волны объясняется влиянием дальнегодействующего потенциала $\sim 1/r$ в уравнении (4), которым нельзя пренебречь при $r \rightarrow \infty$. Он модифицирует плоскую волну даже на больших расстояниях от ЧД аналогично случаю обычного кулоновского потенциала в квантовой механике [8].

Подчеркнем еще раз, что поскольку для данных l и k существует два разных решения $f_{l1}(k, r)$ и $f_{l2}(k, r)$, то для данного \mathbf{k} можно построить два квазисостояния рассеяния вида (10), отличающихся квазиамплитудами $A_p(\mathbf{k}, \mathbf{x})$.

Введем новые состояния [9]

$$\begin{aligned} \phi_+(\mathbf{k}, \mathbf{x}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(\mathbf{k}, \mathbf{x}) + \phi_2(\mathbf{k}, \mathbf{x})], \\ \phi_-(\mathbf{k}, \mathbf{x}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(\mathbf{k}, \mathbf{x}) - \phi_2(\mathbf{k}, \mathbf{x})]. \end{aligned} \quad (12)$$

При $r \rightarrow \infty$ для них имеем [9]

$$\phi_+(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \approx \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp \left[i \left(\mathbf{kx} - \frac{(2k^2 + M^2)r_0}{2k} \ln(kr) \right) \right], \quad \phi_-(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \approx 0. \quad (13)$$

Таким образом, функция $\phi_+(\mathbf{k}, \mathbf{x})$ при больших r напоминает правильно нормированную собственную функцию в случае пространства-времени Минковского. И это вполне логично: очень далеко от ЧД, где пространство-время практически плоское, мы ожидаем наличия такой системы собственных функций, которая в этой области напоминает систему плоских волн в пространстве-времени Минковского. С учетом того, что чем больше r , тем медленнее член $\sim \ln(kr)$ меняется в зависимости от r , в конечной области при $r \rightarrow \infty$ функции $\phi_+(\mathbf{k}, \mathbf{x})$ практически представляют собой плоские волны с какой-то дополнительной фазой. При этом функциями $\phi_-(\mathbf{k}, \mathbf{x})$ можно пренебречь в этой области.

Итак, мы рассматриваем систему собственных функций, состоящую из $\phi_{lm}(E, \mathbf{x})$ при $E < M$ и $\phi_+(\mathbf{k}, \mathbf{x})$, $\phi_-(\mathbf{k}, \mathbf{x})$, соответствующих $E = \sqrt{k^2 + M^2}$. Проведя довольно громоздкие вычисления, можно показать, что такая система функций является ортогональной и полной [5, 9].

Условия ортонормированности всех полевых состояний имеют вид

$$\begin{aligned} \int_{r>r_0} \sqrt{-g} g^{00} \phi_{lm}^*(E, \mathbf{x}) \phi_{l'm'}(E', \mathbf{x}) d^3x &= \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta(E - E'), \\ \int_{r>r_0} \sqrt{-g} g^{00} \phi_{lm}^*(E, \mathbf{x}) \phi_{\pm}(\mathbf{k}, \mathbf{x}) d^3x &= 0, \\ \int_{r>r_0} \sqrt{-g} g^{00} \phi_p^*(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \phi_{p'}(\mathbf{k}', \mathbf{x}) d^3x &= \delta_{pp'} \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \end{aligned} \quad (14)$$

где, в отличие от формул (9)–(11), $p, p' = \pm$. Условие полноты системы таких функций дается выражением

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \int_0^M \phi_{lm}^*(E, \mathbf{x}) \phi_{lm}(E, \mathbf{y}) dE + \\ + \sum_{p=\pm} \int \phi_p^*(\mathbf{k}, \mathbf{x}) \phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{y}) d^3k = \frac{\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y})}{\sqrt{-g} g^{00}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Далее мы будем раскладывать квантованное поле по этой полной системе собственных функций.

КАНОНИЧЕСКОЕ КВАНТОВАНИЕ

Разложим квантованное поле следующим образом [9]:

$$\begin{aligned} \phi(t, \mathbf{x}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \int_0^M \frac{dE}{\sqrt{2E}} \left(e^{-iEt} \phi_{lm}(E, \mathbf{x}) a_{lm}(E) + \right. \\ \left. + e^{iEt} \phi_{lm}^*(E, \mathbf{x}) a_{lm}^\dagger(E) \right) + \sum_{p=\pm} \int \frac{d^3k}{\sqrt{2\sqrt{k^2 + M^2}}} \times \\ \times \left(e^{-i\sqrt{k^2 + M^2}t} \phi_p(\mathbf{k}, \mathbf{x}) a_p(\mathbf{k}) + e^{i\sqrt{k^2 + M^2}t} \phi_p^*(\mathbf{k}, \mathbf{x}) a_p^\dagger(\mathbf{k}) \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Предполагаем, что операторы рождения и уничтожения удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned} [a_{lm}(E), a_{l'm'}^\dagger(E')] &= \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta(E - E'), \\ [a_{\pm}(\mathbf{k}), a_{\pm}^\dagger(\mathbf{k}')] &= \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \end{aligned} \quad (17)$$

остальные коммутаторы равны нулю.

Канонической координатой в теории скалярного поля является само поле $\phi(t, \mathbf{x})$, а канонически сопряженный импульс есть

$$\pi(t, \mathbf{x}) \equiv \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}(t, \mathbf{x})} = \sqrt{-g(\mathbf{x})} g^{00}(\mathbf{x}) \dot{\phi}(t, \mathbf{x}). \quad (18)$$

Используя условие полноты системы собственных функций, можно показать, что канонические коммутационные соотношения выполняются точно [5, 9]:

$$\begin{aligned} [\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{y})] &= i \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \\ [\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{y})] &= [\pi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{y})] = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Наконец, получим гамильтониан скалярного поля в пространстве-времени Шварцшильда. Используя условия ортогональности собственных функций, приводя к нормальному упорядочению и отбрасывая бесконечные c -числовые слагаемые, мы можем записать его в виде [9]

$$\begin{aligned} H = \frac{1}{2} \int (\dot{\phi}^2 - \ddot{\phi}\phi) g^{00} \sqrt{-g} d^3x &= \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \int_0^M E a_{lm}^\dagger(E) a_{lm}(E) dE + \\ &+ \sum_{p=\pm} \int \sqrt{k^2 + M^2} a_p^\dagger(\mathbf{k}) a_p(\mathbf{k}) d^3k. \end{aligned} \quad (20)$$

Как видно, он похож на гамильтониан скалярного поля в пространстве-времени Минковского, за исключением наличия состояний с $E < M$, локализованных вблизи горизонта, и двойного вырождения состояний, параметризуемых одинаковым асимптотическим импульсом \mathbf{k} .

СПИНОРНОЕ ПОЛЕ

Кратко обсудим каноническое квантование спинорного поля в пространстве-времени Шварцшильда, которое имеет свою специфику. Действие спинорного поля $\psi(x)$ в произвольных криволинейных координатах имеет вид

$$S = \int \left[\frac{i}{2} \left(\bar{\psi} \gamma^{(\nu)} e_{(\nu)}^\mu \nabla_\mu \psi - \nabla_\mu \bar{\psi} e_{(\nu)}^\mu \gamma^{(\nu)} \psi \right) - M \bar{\psi} \psi \right] \sqrt{-g} d^4x, \quad (21)$$

где ∇_μ обозначает ковариантную производную, а $e_{(\nu)}^\mu$ — тетрада. Из него получается стандартное уравнение Дирака в криволинейных координатах:

$$i \gamma^{(\nu)} e_{(\nu)}^\mu \nabla_\mu \psi - M \psi = 0. \quad (22)$$

Расписывая его явно в координатах Шварцшильда, получаем [10]

$$\frac{i}{\sqrt{1-(r_0/r)}}\gamma^{(0)}\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{i}{\sqrt{1-(r_0/r)}}\gamma^{(1)}\left[\left(1-\frac{r_0}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r}\left(1-\frac{3r_0}{4r}\right)\right]\psi + \\ + \frac{i}{r}\gamma^{(2)}\left[\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\text{ctg}\theta}{2}\right]\psi + \frac{i}{r\sin\theta}\gamma^{(3)}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - M\psi = 0. \quad (23)$$

Будем искать стационарное решение уравнения (23) в виде

$$\psi_{Ejlm}(t, r, \theta, \varphi) = \frac{e^{-iEt}}{r} \left(1 - \frac{r_0}{r}\right)^{-1/4} \begin{pmatrix} f_{jl}(E, r) \Omega_{jlm}(\theta, \varphi) \\ ig_{j'l'}(E, r) \Omega_{j'l'm}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

где j — полный угловой момент; m — его проекция; $l = j \pm 1/2$, $l' = j \mp 1/2$ — орбитальные моменты, а $\Omega_{jlm}(\theta, \varphi)$ — шаровые спиноры. Не ограничивая общности, радиальные функции $f_{jl}(E, r)$, $g_{j'l'}(E, r)$ можно считать действительными. В результате получаем следующее радиальное уравнение на двухкомпонентный спинор [10]:

$$\sqrt{1-\frac{r_0}{r}} \left(-i\sigma_2\sqrt{1-\frac{r_0}{r}}\frac{d}{dr} + \sigma_1\frac{\kappa}{r} + \sigma_3M\right) \begin{pmatrix} f_{jl} \\ g_{j'l'} \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} f_{jl} \\ g_{j'l'} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где $\kappa = l(l+1) - j(j+1) - (1/4)$ и σ_i — матрицы Паули.

Аналогично случаю скалярного поля, можно показать, что [10]: 1) спектр энергий спинорных состояний непрерывен во всем диапазоне $-\infty < E < \infty$; 2) при $|E| > M$ у уравнения (25) также существуют два линейно независимых решения, ограниченных на горизонте и бесконечности; 3) решения уравнения (25) образуют полную и ортогональную систему собственных функций; 4) канонические антикоммутиационные соотношения выполняются точно; 5) гамильтониан спинорного поля на фоне ЧД Шварцшильда может быть записан в виде

$$H = \sum_{j=1/2}^{\infty} \sum_{m=-j}^j \sum_{l=j\pm 1/2} \left[\int_0^M E \left(a_{jlm}^\dagger(E) a_{jlm}(E) + b_{jlm}^\dagger(E) b_{jlm}(E) \right) dE + \right. \\ \left. + \sum_{p=1}^2 \int_M^{\infty} E \left(a_{jlm}^{(p)\dagger}(E) a_{jlm}^{(p)}(E) + b_{jlm}^{(p)\dagger}(E) b_{jlm}^{(p)}(E) \right) dE \right], \quad (26)$$

где $a_{jlm}(E)$ и $b_{jlm}(E)$ — операторы уничтожения частиц и античастиц с соответствующими характеристиками. Дополнительная сумма по числу $p = 1, 2$ при $E > M$ отражает удвоение числа состояний в этой области, как и в случае скалярного поля. Следует отметить, что для спинорного поля пока не построены состояния, аналогичные квазисостояниям рассеяния для скалярного поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построены квантовые теории массивных скалярного и спинорного полей на фоне ЧД Шварцшильда вне ее горизонта событий без учета области под горизонтом ЧД. Показано, что полученные теории являются полными и согласованными, т. е. канонические (анти)коммутиационные соотношения выполняются точно, а гамильтонианы имеют стандартный вид без каких-либо особенностей. У обоих типов полей спектр квантовых состояний имеет две ветви: 1) непрерывный спектр при энергиях меньше массы поля, что соответствует частицам, запертым в окрестности горизонта (финитное движение); 2) непрерывный спектр при энергиях больше массы поля, что соответствует инфинитному движению частиц. Состояния во второй ветви оказываются дважды вырождены.

Для скалярного поля при энергиях больше массы поля введены так называемые квазисостояния рассеяния, которые напоминают обычные состояния рассеяния. Каждое такое состояние характеризуется асимптотическим импульсом, и из-за упомянутого выше двукратного вырождения, которое является следствием отличия топологии пространства-времени Шварцшильда $\mathbb{R}^2 \times S^2$ от топологии пространства-времени Минковского \mathbb{R}^4 , каждому асимптотическому импульсу соответствуют два различных квазисостояния рассеяния. Произведено разложение квантованного скалярного поля в терминах состояний ϕ_+ и ϕ_- , являющихся удобными линейными комбинациями двух квазисостояний рассеяния с одинаковым асимптотическим импульсом и обладающих следующими свойствами: функция ϕ_- вдали от ЧД спадает, как $1/r$, а ϕ_+ при $r \rightarrow \infty$ представляет собой правильно нормированную плоскую волну с небольшой модификацией фазы, появляющейся из-за влияния дальнедействующего потенциала $\sim 1/r$. Также есть аргументы в пользу того, что $\phi_+ \rightarrow 0$ при стремлении к горизонту событий [9]. Таким образом, на очень большом расстоянии от ЧД только состояния ϕ_+ должны давать вклад в квантовые процессы, в то время как вблизи горизонта будут доминировать ϕ_- (а также состояния ϕ_{lm} с энергиями меньше массы поля, волновые функции которых спадают экспоненциально при удалении от горизонта).

Полученные результаты могут быть важны для описания квантовых явлений вблизи ЧД, например эффекта Хокинга, и могут влиять на сечения процессов Стандартной модели в гравитационном поле ЧД. Кроме того, поскольку состояния ϕ_- живут относительно близко к горизонту и напрямую не наблюдаются вдали от ЧД, они могут давать вклад и в темную материю. Это является предметом будущих исследований.

Благодарности. Авторы благодарны Э. Э. Боосу и Ю. В. Грацу за полезные обсуждения.

Финансирование. Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление № 5 «Физика частиц и космология».

Конфликт интересов. Отсутствует.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Boulware D. G.* Quantum Field Theory in Schwarzschild and Rindler Spaces // Phys. Rev. D. 1975. V. 11. P. 1404.
2. *Deruelle N., Ruffini R.* Quantum and Classical Relativistic Energy States in Stationary Geometries // Phys. Lett. B. 1974. V. 52. P. 437–441.
3. *Zecca A.* Properties of Radial Equation of Scalar Field in Schwarzschild Space-Time // Nuovo Cim. B. 2009. V. 124. P. 1251–1258.
4. *'t Hooft G.* Quantum Clones inside Black Holes. arXiv:2206.04608 [gr-qc]. 2022.
5. *Egorov V. O., Smolyakov M. N., Volobuev I. P.* Doubling of Physical States in the Quantum Scalar Field Theory for a Remote Observer in the Schwarzschild Spacetime // Phys. Rev. D. 2023. V. 107, No. 2. 025001; arXiv:2209.02067 [gr-qc].
6. *Barranco J., Bernal A., Degollado J. C., Diez-Tejedor A., Megevand M., Alcubierre M., Nunez D., Sarbach O.* Are Black Holes a Serious Threat to Scalar Field Dark Matter Models? // Phys. Rev. D. 2011. V. 84. 083008; arXiv: 1108.0931 [gr-qc].
7. *Anempodistov P. A.* Remarks on the Thermofield Double State in 4D Black Hole Background // Phys. Rev. D. 2021. V. 103, No. 10. 105008; arXiv:2012.03305 [hep-th].
8. *Landau L. D., Lifshitz E. M.* Quantum Mechanics. Non-Relativistic Theory. Second ed. Pergamon Press, 1965.
9. *Smolyakov M. N.* Asymptotic Behavior of Solutions and Spectrum of States in the Quantum Scalar Field Theory in the Schwarzschild Spacetime // Phys. Rev. D. 2023. V. 108, No. 10. 105006; arXiv:2309.06249 [gr-qc].
10. *Egorov V. O., Smolyakov M. N., Volobuev I. P.* Quantization of Spinor Field in the Schwarzschild Spacetime and Spin Sums for Solutions of the Dirac Equation // Class. Quant. Grav. 2024. V. 41, No. 4. 045002; arXiv:2309.06897 [gr-qc].