

МОДЕЛИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ ДЛЯ ECal ЭКСПЕРИМЕНТА MPD/NICA

Р. Адхикари *, *В. М. Барышников* **

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Электромагнитный калориметр ECal детектора MPD/NICA разрабатывается с целью обеспечения пространственных и энергетических измерений фотонов и электронов. Для увеличения точности измерений сигналы аналого-цифрового преобразователя ADC64Ecal были аппроксимированы с использованием двух различных функций: «новосибирской», которая также используется в эксперименте BM@N, и суммой трех экспонент, параметры которых вычисляются с использованием быстрого метода ESPRIT (оценка параметров сигнала с помощью методов ротационной инвариантности). Проведен сравнительный анализ качества аппроксимации для двух функций с использованием критериев R^2 и энергетического разрешения в области низких энергий.

The large-scale electromagnetic calorimeter (ECal) of the MPD detector is being developed inside the NICA complex with the goal of providing precise spatial and energy measurements of photons and electrons. To achieve the highest measurement accuracy, the waveforms of the ADC64Ecal analog-to-digital converter were fitted using two distinct fitting methods: the Novosibirsk function, as used in the BM@N experiment, and the exponential sum whose parameters are calculated using the fast ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) method. We provide a comparative analysis of the quality of fit for the two functions using the criteria R^2 and energy resolution in the low energy domain.

PACS: 07.05.-t; 07.20.Fw; 07.50.Qx; 29.50.+v

ВВЕДЕНИЕ

Многоцелевой детектор MPD [1, 2] на коллайдере NICA (Nuclotron-based Ion Collider fAcility) в Объединенном институте ядерных исследований предназначен для изучения сигналов, исходящих от горячего барионного вещества высокой плотности, образующегося при столкновениях тяжелых ионов в диапазоне энергий $\sqrt{s_{NN}} = 4-11$ ГэВ [2–4]. Экспериментальная программа NICA сосредоточена на поиске проявлений возможных фазовых переходов деконфайнмента и/или восстановления киральной симметрии, а также критической точки и смешанной кварк-адронной фазы [2]. Ожидается, что эти измерения позволят полу-

* E-mail: adhikary@jinr.ru

** E-mail: baryshnikov@jinr.ru

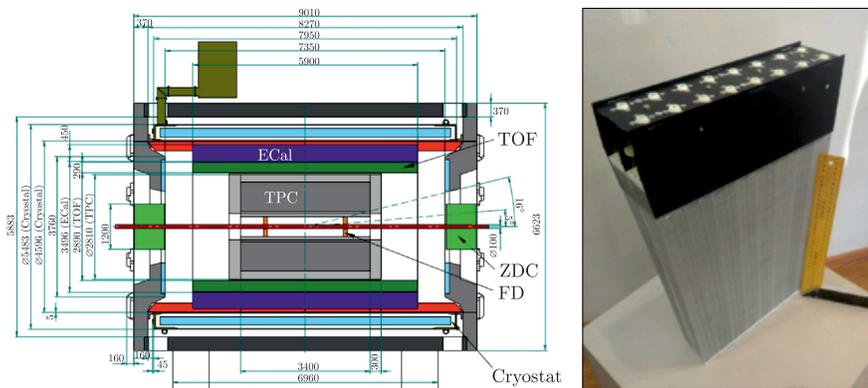


Рис. 1 (цветной в электронной версии). Слева — конфигурация MPD, синим выделено место, где находится ECal. Справа — изображение одного из типов модулей ECal

чить представление об эффектах высокой плотности и фазовых переходах в барионной материи.

Спектрометр MPD (рис. 1, слева) предназначен для регистрации взаимодействий тяжелых ионов высоких энергий на коллайдере NICA. Электромагнитный калориметр ECal [1, 4], времяпролетный детектор TOF [1] и времяпроекционная камера TPC [1] являются тремя основными детекторами в цилиндрической части экспериментальной установки. ECal разделен на 25 секторов или 50 полусекторов, каждый из которых состоит из 48 модулей (рис. 1, справа) 8 различных типов.

Полусекторы калориметра длиной около 3 м расположены внутри силовой рамы из углеродного композита, которая кроме модулей также содержит блоки с электроникой и аналого-цифровыми преобразователями (АЦП) ADC64ECal [5, 6]. В каждом полусекторе расположены 48 высоковольтных плат, на каждой установлены 16 кремниевых фотумножителей Hamamatsu S13360-6025, предусилители и управляющая электроника. Для обеспечения стабильной работы калориметра в нем используются водяная и воздушная системы охлаждения.

Плата ADC64ECal, разработанная в ОИЯИ, с 64 каналами обеспечивает аналого-цифровое преобразование. Используется логика подавления нулевого сигнала, основанная на базовых оценках и пороговых значениях, а цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой (FIR) формируют сигнал. Ограничение задержки срабатывания, установленное на уровне 30 мкс, достигается путем считывания последних сигналов с помощью кольцевой памяти. Интеграция с системой White Rabbit обеспечивает точность менее 1 мс.

УСТАНОВКА ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ ПОЛУСЕКТОРОВ

Для тестирования электромагнитного калориметра ECal в Лаборатории физики высоких энергий ОИЯИ была собрана установка тестирования. Она включает в себя полусектор, стойку с электроникой, систему сбора данных и систему охлаждения. Для проверки работоспособности и тестирования полусекторов и других компонентов ECal используются различные источники света: космическое излучение и источник на основе разводки импульсов света от светодиода к кремниевым фотоумножителям волокнами бокового свечения SOF-2.

Помимо этого, модули калориметра тестируются на квазимонохроматическом пучке вторичных электронов ускорителя С-25Р ПАХРА [7] Физического института им. П. Н. Лебедева Российской академии наук (ФИ РАН) в Троицке. Так, в 2023 г. были протестированы три модуля ECal при различной энергии электронов: 30, 70, 100, 150, 200, 250 и 280 МэВ.

Для обработки полученных данных на выше описанных установках используются специальные аппроксимирующие (фитирующие) функции, речь о которых пойдет ниже.

АППРОКСИМИРУЮЩИЕ ФУНКЦИИ

Аппроксимирующие функции играют важную роль в экспериментальной физике, позволяя анализировать и интерпретировать данные, полученные в ходе экспериментов. Они помогают упростить сложные зависимости между переменными, делая их более понятными и доступными для анализа, а также помогают уменьшить погрешность измерений и повысить точность результатов. Это достигается за счет сглаживания случайных ошибок и выбросов в данных, что делает итоговые результаты более надежными и достоверными.

Широко используемая математическая функция для фитирования экспериментальных данных в физике высоких энергий «новосибирская» [8, 9], особенно ценна для описания асимметричных форм пиков. Ее вид представлен в уравнении (1):

$$f(x; n, \mu, \sigma, \tau) = n \exp \left(\left[-\frac{(\log \xi)^2}{2\omega^2} - \frac{\omega^2}{2} \right] \right), \quad (1)$$

$$\xi = 1 - \frac{(x - \mu)\tau}{\sigma}, \quad \omega = \frac{\text{sh}(\tau\sqrt{\log 4})}{\sqrt{\log 4}}.$$

Здесь μ представляет собой положение вершины, τ управляет асимметрией хвоста, а σ — параметр ширины. Несколько существенных моментов: фитирование сводится к гауссову с параметрами n , μ и σ , если $\tau = 0$; хвост находится на положительной стороне, если $\tau < 0$, и на

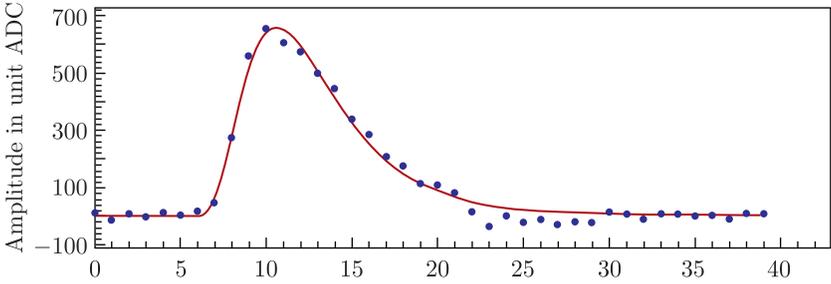


Рис. 2. Фитирование исходного сигнала с использованием новосибирской функции

отрицательной стороне, если $\tau > 0$ [9]. Рис. 2 иллюстрирует фитирование исходных данных с использованием новосибирской функции.

Точная аппроксимация исходного сигнала суммой экспонент становится возможной благодаря использованию метода Прони [10], хорошо известного в области обработки сигналов, для извлечения характеристик амплитуды и постоянной времени отдельных экспоненциальных составляющих. Но этот подход может быть неточным, особенно если в этом сигнале присутствует шум. Подход Прони претерпел ряд изменений, чтобы повысить его численную стабильность [10, 11]. Из-за своей устойчивости к шуму широко используется оценка параметров сигнала с помощью метода ротационной инвариантности (ESPRIT) и его вариаций [12, 13]. Для оригинального подхода ESPRIT требуется сингулярная декомпозиция (SVD) матрицы Ханкеля, построенная на основе выборочных данных. Существуют методы быстрой декомпозиции, которые основаны на уникальной структуре матрицы Ханкеля. Эти алгоритмы были использованы в быстром методе ESPRIT [14].

Рассматриваются функции, выраженные в виде суммы экспоненциальных функций, как в уравнении (2):

$$f(t) = \sum_{i=1}^M c_i e^{-a_i t}, \quad (2)$$

где $a_i \in C$, $\text{Re}(a_i) > 0$ — различные комплексные числа, а $c_i \in C \setminus 0$. Функция $f(t)$ является гладкой, экспоненциально убывающей функцией, и она колеблется, если $\text{Im}(a_i) \neq 0$. Теперь это уравнение (2) может быть изменено на уравнение (3) следующим образом:

$$f_k = \sum_{i=1}^M c_i e^{-a_i(t_0+hk)} = \sum_{i=1}^M w_i z_i^k. \quad (3)$$

Здесь значения $f(t)$, $f = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})^T$, выбраны на равномерной сетке $t_k = t_0 + hk$ ($h > 0$, $k = 0, 1, \dots, N-1$) с достаточно большим числом выборок из $N \geq 2M$.

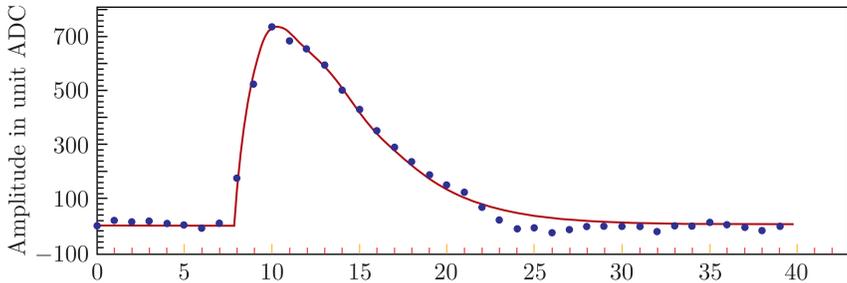


Рис. 3. Фитирование сигнала с помощью суммы трех экспонент, коэффициенты которых определены методом «fast ESPRIT»

Переменные z_i и w_i можно записать как $z_i = e^{-a_i h}$ и $w_i = c_i e^{-a_i t_0}$. Далее, в быстром методе ESPRIT используется частичная bidiagonalization Ланцоша для получения низкоуровневого приближения матрицы Ханкеля после введения прямоугольной матрицы Ханкеля. Подробное математическое объяснение быстрого метода ESPRIT можно найти в литературе [15].

Так как форма сигнала имеет ярко выраженные черты: базовую линию, передний и задний фронты, то было решено использовать сумму трех экспонент. Первая из экспонент будет аппроксимировать базовую линию, а две оставшиеся позволят описать нарастание и спад сигнала. Использование большего количества экспонент, конечно, позволит получить оригинальные данные, но тогда теряется смысл аппроксимации. На рис. 3 показано изображение исходной осциллограммы и результатов аппроксимации суммой трех экспонент. Очевидно, что экспоненциальная сумма с большим числом параметров хорошо согласуется с новосибирской функцией. Кроме того, с увеличением количества параметров улучшается аппроксимация осциллограмм. В следующем разделе представлен более полный анализ этих методов подбора, а также дано сравнение двух различных типов данных.

АНАЛИЗ ДАННЫХ

Для оценки качества фитирования сигнала используется коэффициент детерминации. По определению, коэффициент детерминации отражает долю дисперсии зависимой переменной, объясняемой используемой функцией. Коэффициент детерминации часто используется в регрессионных моделях и связан со статистикой Фишера [16]. Коэффициент детерминации определяется следующим выражением:

$$R^2 = 1 - \frac{\text{RSS}}{\text{TSS}}, \quad \text{RSS} = \sum_{n=1}^N (x[n] - \hat{x}[n])^2, \quad \text{TSS} = \sum_{n=1}^N (x[n] - \bar{x})^2, \quad (4)$$

где RSS (остаточная сумма квадратов) — это сумма квадратов регрессионных остатков, а TSS (общая сумма квадратов — общая дисперсия; $x[n]$ и $\hat{x}[n]$ — фактическое и расчетное значения объясняемой переменной соответственно, а \bar{x} — среднее значение выборки.

Поскольку в реальных случаях количество параметров используемых аппроксимирующих функций может сильно варьироваться, обычно применяется скорректированный коэффициент детерминации, который определяется с использованием несмещенных оценок отклонений:

$$R_{\text{adj}}^2 = 1 - \frac{\text{RSS}/(N - \lambda)}{\text{TSS}/(N - 1)} = 1 - (1 - R^2) \frac{(N - 1)}{(N - \lambda)}, \quad (5)$$

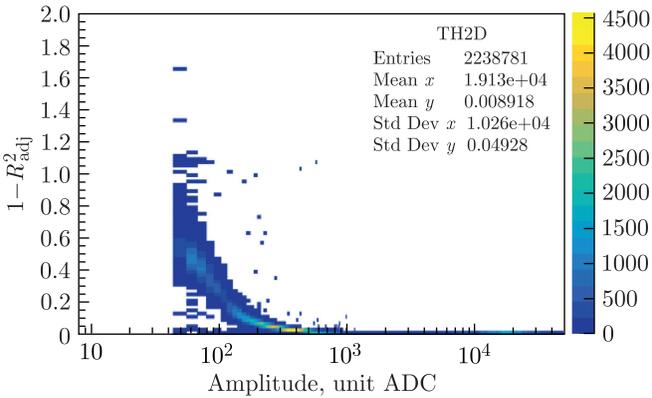


Рис. 4. Зависимость $(1 - R_{\text{adj}}^2)$ от логарифма максимальной амплитуды с использованием новосибирской функции

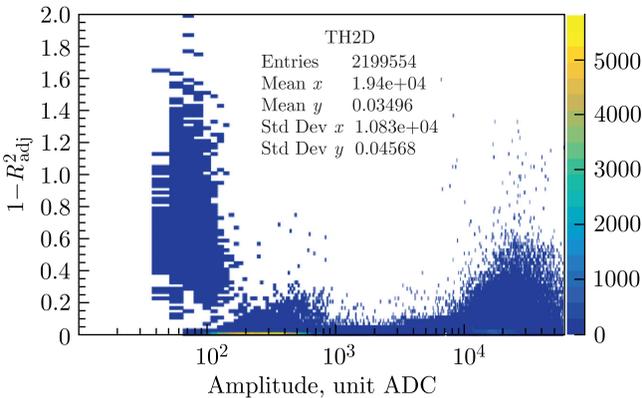


Рис. 5. Зависимость $(1 - R_{\text{adj}}^2)$ от логарифма максимальной амплитуды с использованием суммы трех экспонент, коэффициенты которых определены быстрым методом ESPRIT

где N — количество измерений; λ — количество параметров. Мы используем критерий $(1 - R_{\text{adj}}^2)$ для лучшего понимания качества аппроксимации.

Распределение $(1 - R_{\text{adj}}^2)$ экспериментальных данных полусектора при космическом излучении и активном источнике светодиодных сигналов, включающих 30 000 событий, получено с использованием новосибирской функции (рис. 4) и суммы трех экспонент совместно с методом «fast ESPRIT» (рис. 5). Логарифмические значения максимальной амплитуды показаны на рисунках.

Согласно этим рисункам в области амплитуды ≥ 100 , где превалирует сигнал, а не шум, новосибирская функция лучше описывает данные согласно критерию $(1 - R_{\text{adj}}^2)$, нежели сумма трех экспонент.

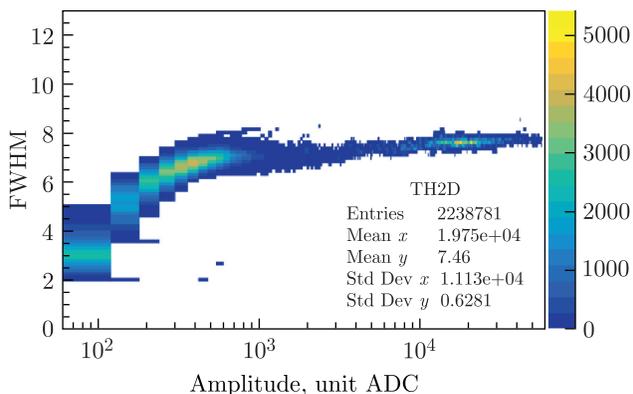


Рис. 6. Распределение полуширины новосибирской функции от амплитуды сигнала

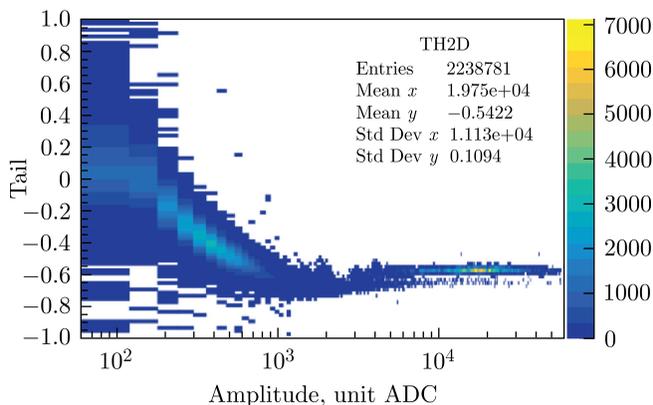


Рис. 7. Распределение асимметрии хвоста τ новосибирской функции от амплитуды сигнала

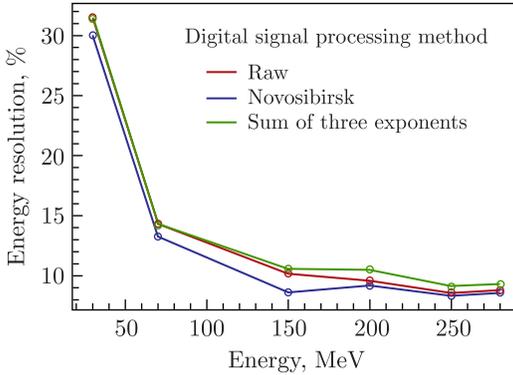


Рис. 8. Энергетическое разрешение одного из модулей ECal без коррекций

Помимо этого для параметров новосибирской функции σ , которая связана с полушириной $\text{FWHM} = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma$, и асимметрии хвоста τ наблюдаются ярко выраженные зависимости от амплитуды сигнала, представленные на рис. 6 и 7. Непрерывный характер области двумерных распределений с большим количеством точек свидетельствует о корректности использования данной аппроксимирующей функции для обработки сигналов электромагнитного калориметра ECal.

На рис. 8 показано предварительное энергетическое разрешение одного из модулей ECal на квазимонохроматичном пучке электронов без каких-либо корректирующих поправок. Разрешение определяется как отношение сигмы распределения отклика модуля к энергии. Энергетическое разрешение, достигнутое с помощью новосибирской функции, превосходит результаты как обычной обработки без использования фитирующих функций, так и результаты с использованием суммы трех экспонент. Для более низких энергий эта тенденция становится более заметна. Поскольку значения аппроксимации осциллограмм, полученные с помощью суммы экспонент, близки к исходным значениям, энергетическое разрешение как без использования фитирующих функций, так и с функцией суммы экспонент фактически индентично.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В конечном счете сравнение новосибирской функции с суммой экспонент выявляет определенные преимущества и недостатки, подчеркивая, насколько важно выбрать наилучшую функцию для конкретных задач или исследовательской цели. Новосибирская функция лучше аппроксимирует данные согласно критерию $(1 - R_{\text{adj}}^2)$ в области, где превалирует сигнал, а не шум, чем сумма трех экспонент, коэффициенты которых определены методом «fast ESPRIT». Метод определения коэффициентов экспонент «fast ESPRIT» чувствителен к выборке исходных данных,

и поэтому имеет смысл попробовать эти параметры определять другими методами. Было показано, что полуширина $\text{FWHM} = 2\sqrt{2} \ln 2 \sigma$ и асимметрии хвоста τ новосибирской функции имеют зависимости от амплитуды сигнала. Непрерывный характер этих данных указывает на корректность применения аппроксимирующей функции для обработки сигналов электромагнитного калориметра ECal.

Новосибирская функция демонстрирует более хорошее энергетическое разрешение, чем сумма трех экспонент. Было показано, что при малых энергиях электрона, меньше 100 МэВ, аппроксимация данных новосибирской функцией позволяет улучшить энергетическое разрешение модуля электромагнитного калориметра ECal на несколько процентов, но при более высоких энергиях результаты с использованием двух аппроксимирующих функций приблизительно сопоставимы с разрешением, полученным на основе исходных данных. При характерных энергиях эксперимента MPD соответствующие функции не обеспечивают заметного улучшения энергетического разрешения.

В будущем мы намерены провести отдельные исследования, чтобы применить эти модели к различным задачам, таким как: определение времени взаимодействия частицы с электромагнитным калориметром и выделение нескольких сигналов из одной осциллограммы. Также представляет определенный интерес анализ параметров функции экспоненциальной суммы, коэффициенты которой определены методом «fast ESPRIT» с целью последующего устранения найденных недостатков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *MPD Collab.* Status and Initial Physics Performance Studies of the MPD Experiment at NICA // *Eur. Phys. J. A.* 2022. V. 58, No. 7. P. 140.
2. The MultiPurpose Detector (MPD). Conceptual Design Report. V.1.4. https://mpd.jinr.ru/wp-content/uploads/2023/11/MPD_CDR_en.pdf.2023.
3. *Kekelidze V. D.* // *Phys. Part. Nucl.* 2018. V. 49. P. 457.
4. *Golovatyuk V., Kekelidze V., Kolesnikov V. et al.* The Multi-Purpose Detector (MPD) of the Collider Experiment // *Eur. Phys. J. A.* 2016. V. 52, No. 8. P. 212.
5. *Semenov A. Yu., Bazylev S., Belyaeva E. et al.* Electromagnetic Calorimeter for MPD Spectrometer at NICA Collider // *J. Instrum.* 2020. V. 15. P. C05017.
6. AFI Electronics. <https://afi.jinr.ru/ADC64s2>. 2024.
7. *Alekseev V. I. et al.* A Quasi-Monochromatic Electron Beam of the Accelerator “Pakhra” for Calibration of Detectors // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1390. P. 012127.
8. *ATLAS Collab.* Search for Higgs Boson Pair Production in the $\gamma\gamma b\bar{b}$ Final State with 13 TeV pp Collision Data Collected by the ATLAS Experiment // *JHEP.* 2018. V. 11. P. 040.
9. *Tanaka Hirohisa.* ROOT. https://root.cern/doc/v610/RooNovosibirsk_8cxx_source.html. 2018.
10. *Peter T., Potts D., Tasche M.* Nonlinear Approximation by Sums of Exponentials and Translates // *SIAM J. Sci. Comput.* 2011. V. 33, No. 4. P. 1920–1947.

11. *Potts D., Tasche M.* Parameter Estimation for Nonincreasing Exponential Sums by Prony-Like Methods // *Linear Algebra Appl.* 2013. V. 439. P. 1024–1039.
12. *Roy R., Kailath T.* ESPRIT — Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques // *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* 1989. V. 37, No. 7. P. 984–995.
13. *Potts D., Tasche M.* Error Estimates for the ESPRIT Algorithm // *Large Truncated Toeplitz Matrices, Toeplitz Operators, and Related Topics. Operator Theory: Advances and Applications.* Springer Intern. Publ., 2017. V. 259. P. 621–648.
14. *Potts D., Tasche M.* Fast ESPRIT Algorithms Based on Partial Singular Value Decompositions // *Appl. Numer. Math.* 2015. V. 88, No. 7. P. 31–45.
15. *Ikeno H.* A Library for Finding Optimal Multi-Exponential Approximations // *Comput. Phys. Commun.* 2018. V. 230. P. 135–144.
16. *Chicco D., Warrens M.J., Jurman G.* The Coefficient of Determination R-Squared Is More Informative Than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in Regression Analysis Evaluation // *Peer J. Comput. Sci.* 2021. V. 7, No. 3. P. e623.