«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА»
1998, Т.29, ВЫП.5

УДК 539.1.01

ЗАДАЧА ДЖ.С.БЕЛЛА

С.С.Герштейн, А.А.Логунов

Институт физики высоких энергий, Протвино Московской обл.

В рамках специальной теории относительности рассматривается задача Дж.С.Белла в инерциальной и ускоренной системах координат.

The problem of J.S.Bell has been investigated within the frames of special relativity theory in the inertial and accelerated systems of coordinates.

В заметке [1] Дж.С.Белла «Как преподавать специальную теорию относительности» рассмотрена следующая задача.

«Три маленьких космических ракеты, A, B, и C, дрейфуют свободно в области пространства, удаленной от остального вещества, без вращения и без относительного движения, причем B и C равно удалены от A (рис.1).

По получении сигнала от A двигатели B и C запускаются, и они начинают плавно ускоряться (рис.2). Пусть ракеты B и C идентичны и имеют идентичные программы ускорения. Тогда (как считает наблюдатель на A) они будут в каждый момент времени иметь одинаковую скорость и, таким образом, оставаться смещенными друг относительно друга на фиксированное расстояние.

Предположим, что с самого начала B и C связаны тонкой нитью (рис.3). И если поначалу нить достаточно длинна, чтобы ее хватило на требуемое расстояние, то по мере того, как ракеты ускоряются, она станет слишком короткой, поскольку подвергается фицджеральдовскому сжатию, и в конце концов порвется. Она должна порваться, когда при до-

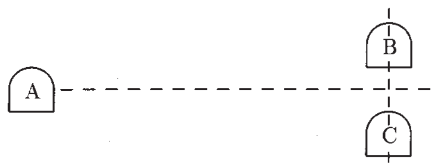

Рис.1

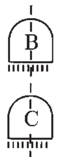

Рис.2

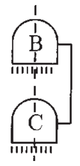

Рис.3

статочно большой скорости искусственное предотвращение естественного сжатия приведет к недопустимому натяжению.

Действительно ли это так? Эта старая задача оказалась однажды предметом обсуждения в столовой ЦЕРН. Один уважаемый физик-экспериментатор отказался согласиться с тем, что нить порвется, и счел мою уверенность в обратном моим собственным непониманием специальной теории относительности. Мы решили обратиться в теоретический отдел ЦЕРН за арбитражем и произвели (не очень систематический) опрос общественного мнения на этот счет. Образовался отчетливый консенсус в пользу того, что нить не порвется! Конечно, многие, кто поначалу дает этот неправильный ответ, приходят после некоторого размышления к правильному. Обычно они чувствуют необходимость посмотреть, как все это представляется наблюдателю B или C. Они обнаруживают, что B, например, видит C все дальше и дальше позади, так что данный кусок нитки не может больше покрыть расстояние между ними. Только проделав это и, возможно, с остаточным ощущением какой-то неловкости эти люди в конце-концов приходят к заключению, которое совершенно тривиально с точки зрения A, включая фицджеральдовское сокращение. Мое впечатление, что те, у кого более классическое образование, кто знает кое-что из рассуждений Лармора, Лоренца и Пуанкаре, а также Эйнштейна, обладают более сильным и надежным инстинктом».

Перейдем к анализу данной задачи. Пусть длина нити, которая соединяет ракеты B и C в покоящемся состоянии, равна расстоянию между ними, равному l_0. При движении нити, в силу сокращения Лоренца, ее длина должна стать в неподвижной системе координат (где ее концы фиксируются в один и тот же момент времени по часам неподвижной системы) равной

$$l = l_0\sqrt{1 - v^2}.$$

Поскольку, однако, концы нити скреплены с ракетами, расстояние между которыми (l_0) остается постоянным (т.к. они движутся по одному и тому же закону), нить должна разорваться. Такое объяснение даст наблюдатель, находящийся в неподвижной инерциальной системе координат.

С точки зрения наблюдателя, находящегося на одной из ракет, разрыв нити произойдет из-за того, что ракеты с течением времени удаляются друг от друга. Это легко усмотреть из инвариантности интервала в пространстве Минковского. Действительно, интервал между двумя событиями, соответствующими фиксации положения ракет B и C в один и тот же момент времени по часам неподвижной системы координат, пространственноподобен и равен $S_{12}^2 = -l_0^2$. Этот же интервал в системе координат, сопутствующий ракетам, должен иметь временную часть (т.к. события, одновременные в неподвижной системе, неодновременны в сопутствующей). Поэтому пространственная часть интервала (определяющая расстояние между ракетами) должна быть больше l_0 и возрастать по мере увеличения скорости ракет.

В случае ускоренного движения, как видно из рассматриваемого примера, проявляется динамическая природа преобразования Лоренца. Сокращение Лоренца, как, впрочем, и сама геометрия плоского пространства-времени Минковского, имеют динамическую природу, поскольку они отражают общие динамические свойства материи — законы сохранения энергии-импульса и момента количества движения. Именно эти общие законы, универсальные для любых взаимодействий, и приводят к единой для всех форм движения материи псевдоевклидовой геометрии.

Остановимся на этой задаче подробнее. Проведем сначала анализ движения ракет в «неподвижной» инерциальной системе координат, в которой стартовали ракеты B и C. Релятивистское ковариантное уравнение движения каждой из них происходит под действием постоянной силы f, создающей (в системе покоя ракеты) постоянное ускорение a, и имеет вид (если сила f направлена по оси x)

$$m\frac{dU_x}{d\tau} = F_x, \quad m\frac{dU_0}{d\tau} = F_0. \tag{1}$$

Здесь U_x, U_0 — компоненты четырехскорости:

$$U^{\alpha} = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v}{\sqrt{1-v^2}}\right); \tag{2}$$

F_x, F_0 — компоненты четырехсилы:

$$F^{\alpha} = \left(\frac{f_v}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{f}{\sqrt{1-v^2}}\right); \tag{3}$$

τ — собственное время. Скорость света $c = 1$.

На основании (2) имеем

$$U_0^2 - U_x^2 = 1. \tag{4}$$

Из формул (2) и (3) получим

$$F_0 = fU_x, \quad F_x = fU_0. \tag{5}$$

С помощью выражений (5) уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{dU_x}{d\tau} = aU_0, \quad \frac{dU_0}{d\tau} = aU_x, \quad a = \frac{f}{m}. \tag{6}$$

Эти уравнения в силу (4) имеют простое решение

$$U_x = \frac{dx}{d\tau} = \sinh a\tau, \quad U_0 = \frac{dt}{d\tau} = \cosh a\tau. \tag{7}$$

На основании (2) и (7) имеем

$$v = \tanh a\tau, \quad \cosh a\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}}. \tag{8}$$

Если в начальный момент времени ($\tau = 0$) одна из ракет *(B)* находилась на оси x в точке x_B^0, а другая в точке x_C^0, то траектория движения первой ракеты будет определяться из (7) параметрически (через собственное время τ):

$$x_B = \frac{1}{a}(\cosh a\tau - 1) + x_B^0, \tag{9}$$

$$t = \frac{1}{a}\sinh a\tau. \tag{10}$$

Аналогичным образом будет представляться и траектория второй ракеты C. Равноускоренное движение в релятивистской механике обычно называют гиперболическим движением.

На основании (8) и (10) имеем

$$\cosh a\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2}} = \sqrt{1 + a^2 t^2}. \tag{11}$$

Используя (11), найдем явную зависимость координат и скорости ракет от времени t:

$$x_B = \frac{1}{a}\left(\sqrt{1 + a^2 t^2} - 1\right) + x_B^0. \tag{12}$$

$$x_C = \frac{1}{a}\left(\sqrt{1 + a^2 t^2} - 1\right) + x_C^0. \tag{13}$$

С помощью (8), (10) и (11) найдем

$$v_C(t) = v_B(t) = \frac{at}{\sqrt{1 + a^2 t^2}}. \tag{14}$$

Таким образом, в «неподвижной» инерциальной системе координат расстояние между двумя ракетами остается неизменным и равным первоначальному расстоянию:

$$l_0 = x_B(t) - x_C(t) = x_B^0 - x_C^0. \tag{15}$$

По-видимому, исходя из этого факта, большинство физиков, опрошенных Дж.Бэллом, и утверждали, что нить, связывающая ракеты, не должна порваться. Пространственно-временные соотношения в мире Минковского определяются интервалом между событиями. В задаче о движении ракет B и C «неподвижный» наблюдатель в инерциальной системе координат, по самой постановке задачи, имеет дело с пространственноподобным интервалом, равным

$$S_{BC}^2 = -\,(x_B(t) - x_C(t))^2 = -\,(x_B^0 - x_C^0)^2 = -\,l_0^2.$$

И он по постановке эксперимента не в состоянии определить: происходит ли при равномерно ускоренном движении ракет B и C в их системе координат взаимное удаление ракет друг от друга? Но если бы при подготовке данного эксперимента было создано специальное устройство, которое при разрыве нити создает световой импульс, то, увидев световой сигнал, «неподвижный» наблюдатель фиксировал бы разрыв нити. Но чтобы объяснить это явление, ему пришлось бы открыть псевдоевклидову геометрию пространства-времени. Для ответа на поставленный выше вопрос необходимо процесс движения ракет B и C рассмотреть в сопутствующей системе координат. Именно путем сравнения пространственноподобной части интервала в сопутствующей системе координат с l_0 и можно установить факт взаимного удаления ракет B и C друг от друга с течением времени.

С помощью (10) и (11) легко выразить τ через t:

$$\tau = \frac{1}{a}\ln\left(at + \sqrt{1 + a^2t^2}\right).$$

Отсюда видно, что собственное время растет гораздо медленнее, чем время t в «неподвижной» инерциальной системе координат. Исходная инерциальная система координат, в которой имеется силовое поле F^{α}, сообщающее пробным телам постоянное в их системе координат ускорение a, может быть преобразована с помощью координатного преобразования в равномерно ускоренную систему координат. В «неподвижной» инерциальной системе координат интервал ds, характеризующий метрические свойства пространства-времени, имеет вид

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \tag{16}$$

Именно в этой системе координат имеется силовое поле (3) с компонентами (F_0, F_x). Для того чтобы наглядно увидеть, почему разрывается нить, перейдем в равномерно ускоренную систему координат [2]. Введем переменную ρ с помощью преобразования

$$\rho = x - \frac{1}{a}[\cosh a\tau - 1], \tag{17}$$

остальные координаты τ, y, z оставим без изменения. При таком преобразовании пробные тела в сопутствующей неинерциальной системе координат находятся в покое. Согласно формуле (10) имеем

$$dt = d\tau \cosh a\tau. \tag{18}$$

Учитывая (17) и (18), выражение (16) преобразуем к виду

$$ds^2 = d\tau^2 - d\rho^2 - 2d\rho d\tau \sinh a\tau - dy^2 - dz^2. \tag{19}$$

Мы видим, что инерциальную систему координат (16) с силовым полем F_x мы трансформировали в равномерно ускоренную систему координат (19) с метрическими коэффициентами

$$g_{00} = 1, \quad g_{\rho\rho} = -1, \quad g_{0\rho} = -\sinh a\tau, \quad g_{yy} = -1, \quad g_{xx} = -1.$$

Действие силового поля будет теперь проявляться в метрических свойствах пространства-времени. Для определения физического времени и расстояния в равномерно ускоренной системе координат выделим в ds^2 времениподобную и пространственноподобную части:

$$ds^2 = [d\tau - d\rho \sinh a\tau]^2 - d\rho^2 \cosh^2 a\tau - dy^2 - dz^2. \tag{20}$$

В этом выражении величина

$$d\sigma = d\tau - d\rho \sinh a\tau \tag{21}$$

определяет промежуток физического времени в равномерно ускоренной системе координат [2]. Следует отметить, что ход времени $d\sigma$ зависит от действия силового поля, сообщающего постоянное ускорение a. В неинерциальной системе координат величина $d\sigma$, как это видно и в данном примере, не является полным дифференциалом. Это означает, что в неинерциальной системе координат не может быть осуществлена сохраняющаяся с течением времени единая синхронизация часов, находящихся в разных точках пространства, поскольку она зависит от пути синхронизации. Такая синхронизация часов может быть осуществлена только в инерциальной системе координат. Именно в этом случае величина $d\sigma$ является полным дифференциалом. Метрические свойства трехмерного пространства, ортогонального времени $d\sigma$, определяются величиной

$$dl^2 = d\rho^2 \cosh^2 a\tau + dy^2 + dz^2. \tag{22}$$

Величина dl зависит от действия силового поля, сообщающего постоянное ускорение a. Таким образом, действие поля в инерциальной системе мы трансформировали в равномерно ускоренную систему координат пространства Минковского и тем самым перевели в метрические свойства пространства-времени. Равномерно ускоренная система координат не является «жесткой», поскольку в ней расстояние между фиксированными точками изменяется со временем. Учитывая (21) и (22), интервал (20) принимает вид

$$ds^2 = d\sigma^2 - dl^2. \tag{23}$$

Поскольку для света интервал ds равен нулю, то измерение длины dl сводится к измерению времени прохождения $d\sigma$ отрезка dl световым сигналом. Именно отсюда следует, что равными являются также отрезки, которые свет проходит в одно и то же время.

Из формулы (22) следует, что элемент длины вдоль оси ρ равен

$$dl_\rho = d\rho \cosh a\tau,$$

или, используя (11), найдем

$$dl_\rho = \frac{d\rho}{\sqrt{1 - v^2}} = d\rho \sqrt{1 + a^2 t^2}. \tag{24}$$

Именно эта формула и возникает из-за лоренцева сокращения длины отрезка. Таким образом, расстояние между ракетами B и C в равномерно ускоренной системе координат определяется выражением

$$l_\rho = (x_B - x_C)\sqrt{1 + a^2 t^2} = l_0 \sqrt{1 + a^2 t^2}. \tag{25}$$

Но это означает, что в инерциальной системе K имеет место (в противоположность выводу [4]) лоренцево сокращение длины стержня, покоящегося в системе K_N: $x_B - x_C = l_\rho \sqrt{1 - v^2}$. Расстояние между ракетами l_0, зафиксированное в одинаковый момент времени $(t_B - t_C)$ неподвижным наблюдателем в инерциальной системе координат, не может быть расстоянием в сопутствующей системе координат, так как моменты времени $t_B = t_C$ относятся к разным моментам времени в сопутствующей системе координат, поскольку физическое время $d\sigma$ не равно нулю. Выражение (25) показывает, что из-за наличия силового поля с ускорением a расстояние между ракетами B и C увеличивается со временем, что и приводит к обрыву нити, связывающей эти ракеты.

В общем случае ускоренного движения квадрат интервала будет иметь вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu.$$

Аналогично предыдущему выделим в квадрате интервала времениподобную и пространственноподобную части:

$$ds^2 = d\sigma^2 - dl^2,$$

где

$$d\sigma = \frac{g_{0\lambda} dx^{\lambda}}{\sqrt{g_{00}}}, \quad dl^2 = x_{ik} dx^i dx^k, \quad x_{ik} = -g_{ik} + \frac{g_{0i} g_{0k}}{g_{00}}.$$

Величина $d\sigma$ характеризует физическое время, которое не зависит от выбора переменной времени. Действительно, пусть, например, мы введем новую переменную x'^0 по закону

$$x'^0 = x'^0(x^0, x^i), \quad x'^i = x'.$$

Тогда на основании тензорного преобразования

$$g'_{\mu\nu} = g_{\alpha\beta} \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\mu}} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\nu}}$$

имеем в нашем случае

$$g'_{00} = g_{00} \left(\frac{\partial x^0}{\partial x'^0} \right)^2, \quad g'_{0\lambda} = g_{0\beta} \frac{\partial x^0}{\partial x'^0} \frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\lambda}}, \quad dx'^{\lambda} = \frac{\partial x'^{\lambda}}{\partial x^{\sigma}} dx^{\sigma},$$

учитывая

$$\frac{\partial x^{\beta}}{\partial x'^{\lambda}} \frac{\partial x'^{\lambda}}{\partial x^{\sigma}} = \delta^{\beta}_{\sigma},$$

найдем

$$d\sigma = \frac{g'_{0\lambda} dx'^{\lambda}}{\sqrt{g'_{00}}} = \frac{g_{0\sigma} dx^{\sigma}}{\sqrt{g_{00}}}.$$

Таким образом, мы установили, что физическое время $d\sigma$ не зависит от способа выбора координатной временной переменной. Координатная переменная времени не характеризует ход времени физического процесса, поскольку она зависит от произвола выбора часов. Физическое время определяет ход времени физического процесса, однако величина $d\sigma$ имеет локальный характер, поскольку в неинерциальной системе координат она не является полным дифференциалом, а поэтому не существует переменной σ. В инерциальной галилеевой системе координат $d\sigma$ совпадает с дифференциалом координатной переменной и является полным дифференциалом. Величина dl^2 является квадратом расстояния между точками, она не зависит от выбора координатных переменных и имеет локальный характер.

В дополнение к ранее сказанному следует отметить, что преобразование (21) является неголономным, а поэтому не существует переменной σ. В сопутствующей неинерциальной системе координат интервал (23) будет иметь вид

$$ds_c^2 = d\tau^2 - d\rho^2 \cosh^2 a\tau - dy^2 - dz^2. \tag{23a}$$

В силу неголономности преобразования (21) этот интервал будет римановым [3]. На основании (23а) легко найти символы Кристоффеля:

$$\Gamma^{\lambda}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho}(\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\mu\rho} - \partial_\rho g_{\mu\nu}).$$

Они в нашем случае равны

$$\Gamma^{0}_{11} = a \sinh a\tau \cosh a\tau, \quad \Gamma^{1}_{01} = a\,\frac{\sinh a\tau}{\cosh a\tau}.$$

Отсюда следует, что компоненты тензора кривизны Римана

$$R^{\lambda}_{\ \nu\rho\sigma} = \partial_\rho \Gamma^{\mu}_{\nu\sigma} - \partial_\sigma \Gamma^{\mu}_{\nu\rho} + \Gamma^{\mu}_{\tau\rho}\Gamma^{\tau}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\mu}_{\tau\sigma}\Gamma^{\tau}_{\nu\rho}$$

для метрики (23а) будут равны

$$R^1_{010} = -\,a^2, \quad R^0_{110} = -\,a^2 \cosh^2 a\tau.$$

Используя известную формулу для геодезической девиации

$$\frac{d^2\delta x^{\mu}}{d\tau^2} + R^{\mu}_{\ \sigma\lambda\nu} U^\sigma U^\nu \delta x^{\lambda} = 0,$$

получим

$$\frac{d^2\delta x^1}{d\tau^2} - a^2 \delta x^1 = 0,$$

что свидетельствует о взаимном удалении со временем пробных тел в сопутствующей неинерциальной системе координат.

Дополнительная иллюстрация характера относительного движения «ракет Белла» получится, если мы рассмотрим вопрос о том, смогут ли находящиеся в них наблюдатели поддерживать между собой радиосвязь. Для анализа данной задачи нам необходимо с помощью преобразований (9) и

(10) записать квадрат интервала в переменных ускоренной системы координат:

$$S_{12}^2 = (t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 =$$

$$= \left[\frac{2}{a} \sinh \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{2} - l_0 \sinh \frac{a(\tau_1 + \tau_2)}{2} \right]^2 - l_0^2 \cosh^2 \frac{a(\tau_1 + \tau_2)}{2},$$

здесь $l_0 = x_2^0 - x_1^2$.

Время прихода радиосигнала, испущенного одним из наблюдателей к другому, определяется условием $S_{12}^2 = 0$. Если сигнал испущен из головной ракеты B в момент времени τ_1, то, как нетрудно показать из выражения для интервала, он будет получен наблюдателем в ракете C в момент времени τ_2, определяемый уравнением

$$e^{a\tau_2} = e^{a\tau_1} + al_0.$$

Таким образом, радиосигнал, испущенный из ракеты B, всегда достигает ракеты C. С точки зрения неподвижного наблюдателя при $a\tau_1 >> 1$ условие принимает простой вид:

$$t_2 \cong t_1 + \frac{l_0}{2}.$$

Совсем другой результат получается при рассмотрении распространения радиосигнала, испущенного задней ракетой C. Время прихода его в головную ракету τ_1 будет определяться из уравнения

$$e^{-a\tau_1} = e^{-a\tau_2}(1 - al_0 e^{a\tau_2}).$$

Это уравнение разрешимо, только если имеет место неравенство

$$al_0 e^{a\tau_2} < 1.$$

Если это условие не выполняется, то наблюдатель в ракете B не может получить никакой информации из ракеты C. Таким образом, для наблюдателя в головной ракете B задняя ракета C с течением времени должна исчезнуть за горизонтом событий. Для получения в ракете B информации из ракеты C необходимо выключить двигатели ракеты B. Сказанное выше будет реально проявляться при ускорении заряженных частиц в постоянном электрическом поле.

Пусть, например, электронный сгусток ускоряется в линейном ускорителе со средней напряженностью электрического поля E до энергии $\varepsilon >> m$. Тогда к концу процесса ускорения сгустка из условия

$$al_0 e^{a\tau_2} = al_0\left(at_2 + \sqrt{1 + a^2 t_2^2}\right) < 1$$

имеем неравенство

$$l_0 \le \frac{(mc^2)^2}{2eE\varepsilon} .$$

Отсюда следует, что на головную часть сгустка будут влиять к концу ускорения только те заряженные частицы, которые в начале ускорения находились от него на расстояниях меньших, чем $\frac{(mc^2)^2}{2eE\varepsilon}$. Для проектируемых линейных коллайдеров с $eE = 100$ МэВ/м и энергией $\varepsilon = 200$ ГэВ величина l_0 составляет $l_0 \cong 6{\cdot}10^{-7}$ см.

Задача Дж.Белла указывает мысленный путь построения равномерно ускоренной системы координат. Пусть в инерциальной системе координат осуществлена единая синхронизация часов в каждой точке пространства. Тогда можно реализовать равномерно ускоренную систему координат с помощью бесконечного числа «ракет Бэлла», стартующих одновременно из разных точек «неподвижной» инерциальной системы координат с одинаковым и постоянным ускорением a. Так, мы мысленно можем создать в сколь угодно большом объеме пространства равномерно ускоренную систему координат. Именно такую систему координат и следует сравнивать с однородным гравитационным полем. Однако иногда используют «жесткую» равномерно ускоренную систему координат, в которой расстояние между фиксированными точками не зависит от времени. Такая система введена Меллером, в ней координаты (η, ρ) связаны с координатами инерциальной системы (t, x) соотношениями

$$t = \rho \sinh a\eta, \quad x = \rho \cosh a\eta \tag{26}$$

(чтобы не загромождать изложение, мы ограничимся одной пространственной координатой x). Интервал между событиями в системе Меллера, которую в соответствии с работой [4] будем обозначать K_a, равен

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 = a^2\rho^2 d\eta^2 - d\rho^2. \tag{27}$$

Отсюда следует, что промежуток собственного времени в системе K_a равен $d\tau = a\rho d\eta$, а расстояние между соседними (фиксированными) точками постоянно и равно $d\rho$. В этом смысле система K_a является «жесткой». Для выявления ее различия с системой координат (9)—(10) (или, в обозначениях работы [4], с системой K_N), рассмотрим вопрос о том, какой совокупностью тел может осуществляться система K_a. Из (26) следует, что фиксированная в системе K_a точка $\rho = \rho_0$ движется в «неподвижной» инерциальной системе отсчета по закону

$$x = \rho_0 \sqrt{1 + \frac{t^2}{\rho_0^2}}, \tag{28}$$

т.е. стартует в момент $t = 0$ из точки $x_0 = \rho_0$ на оси x с постоянным ускорением $a_0 = \frac{1}{\rho_0}$. Это означает, что система K_a реализуется системой «ракет Меллера», стартующих одновременно в «неподвижной» инерциальной системе координат с разными ускорениями $a(x)$, зависящими от их положения на оси x: $a(x) = \frac{1}{|x|}$. Если в «неподвижной» инерциальной системе координат ракеты Меллера, находящиеся на расстоянии dx, стартуют одновременно, а расстояние между ними в ускоренной системе K_a равно $d\rho$, то в «неподвижной» системе координат расстояние dx будет уменьшаться со временем по закону

$$dx = \frac{d\rho}{\sqrt{1 + \frac{t^2}{\rho^2}}}, \tag{29}$$

что и соответствует сокращению Лоренца. Приведенные выше наглядные соображения показывают, что система K_a (в отличие от K_N) не может моделировать однородное силовое поле, все точки которого предполагаются движущимися по гиперболическому закону (9) с одинаковым постоянным ускорением a. В принципе невозможно построить «жесткую» систему координат, которая имитировала бы однородное силовое поле. Введение жесткой системы координат сопровождается не только тем, что она нарушает однородность силового поля, но и обязательно приводит к неполному отображению пространства-времени инерциальной системы координат в ускоренную систему. Поэтому предпочтение системы K_a по сравнению с K_N, которое делают авторы работы [4] при обсуждении принципа эквивалентности, представляется неоправданным.

На примере анализа задачи Дж.Бэлла мы ясно увидели, что специальная теория относительности применима и к неинерциальным системам координат [2]. Все это естественно и очевидно, поскольку суть специальной теории относительности состоит только в том, что пространство и время образуют неразрывно связанный четырехмерный континуум, в котором мерой расстояния между событиями служит квадрат интервала между ними. Утверждение о том, что специальную теорию относительности нельзя использовать для описания явлений в неинерциальных системах координат, выглядит столь же нелепо, как и утверждение о том, что на плоскости можно использовать только декартову систему координат и нельзя применять криволинейную. Такое заблуждение произошло из-за того, что придавали неоправданно большое значение понятию одновременности в разных точках пространства и процессу синхронизации часов в разных точках пространства. Поскольку эти понятия ограниченны и имеют смысл только в инерциальных системах координат, по-видимому, и казалось, что специальную теорию относительности нельзя применять в неинерциальных системах координат. Интервал (16) по самому построению не зависит от выбора системы координат в пространстве Минковского. Преобразование от координат инерциальной системы к координатам неинерциальной системы должно быть взаимно однозначным и притом таким, чтобы обратное преобразование покрывало все пространство Минковского. Только в этом случае физические процессы, протекающие в инерциальной системе координат могут быть полностью отражены при их описании в неинерциальной системе координат.

Следует особо отметить, что преобразования (26) не отражают все точки пространства Минковского в ускоренную систему координат, поскольку детерминант метрического тензора

$$g = -a\rho$$

обращается в нуль в точке $\rho = 0$. Но, поскольку, согласно (26),

$$x^2 - t^2 = (x - t)(x + t) = \rho^2,$$

это означает, что преобразования (26) отображают только часть пространства Минковского, заключенного между прямыми $x = t$, $x = -t$. На рис.4 это область I.

Отсюда следует, что описание физических процессов, которые в инерциальной системе (галилеевы координаты) захватывают области, выходящие за область I, в системе Меллера не может быть осуществлено.

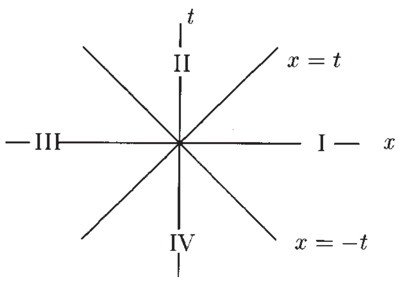

Рис.4

Авторы выражают благодарность М.А.Мествиришвили, В.А.Петрову и Н.Е.Тюрину за ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bell J.S.** — Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics. Cambridge University Press, 1993, p.67.
2. **Логунов А.А.** — Лекции по теории относительности и гравитации. М.: Наука, 1987.
3. **Родичев В.И.** — Эйнштейновский сборник. 1971. М.: Наука, 1972, с.88—113.
4. **Гинзбург В.Л., Ерошенко Ю.Н.** — УФН, 1995, т.165, №2, с.205.