

Посвящается памяти  
Юрия Михайловича Широкова

УДК 539.12.172

# ПРОБЛЕМЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ КВАРКОВ И КВАРКОВАЯ СТРУКТУРА ДЕЙТРОНА

*A. П. Кобушик*

Институт теоретической физики АН УССР, Киев

*B. П. Шелест*

Всесоюзный научно-исследовательский центр по изучению свойств поверхности  
и вакуума, Москва

Обсуждены подходы к релятивистскому описанию кварковых систем и их применение к изучению эффектов физики ядра на малых расстояниях. Подробно изложены проблемы кварковой структуры простейшего ядра — дейтрана и ее учета в различных задачах (упругое  $ed$ -рассеяние, электрорасщепление дейтрана, фрагментация дейтрана при высоких энергиях). Обсуждены дальнейшие экспериментальные исследования структуры дейтрана на малых расстояниях.

The relativistic approaches to the quark system description and their applications to the investigation of the short range nuclear effects are considered. The quark structure of the simplest of nuclei, deuteron, and consideration of such structure in different problems (elastic  $ed$ -scattering, electrodisintegration, deuteron fragmentation at high energy) are discussed in detail. The possibilities of the further experimental investigation of the short range deuteron structure is considered.

## ВВЕДЕНИЕ

Дейtron всегда был тем предметом ядерной физики, на котором она пыталась опробовать свои новые методы. И сейчас, несмотря на долгую и богатую замечательными открытиями историю своего исследования, дейtron остается во многом загадочным и сулящим многие сюрпризы объектом природы. До сих пор он остается идеальным предметом для изучения проблем релятивистской динамики связанных систем. И хотя в этом направлении уже имеются огромные достижения, в частности благодаря вкладу Ю. М. Широкова [1—6], все еще не утихают ожесточенные споры о роли релятивистских эффектов в тех или иных процессах взаимодействия дейтрана с частицами и ядрами.

В последнее время в наших представлениях о природе ядерных сил произошел качественный скачок. Оказалось, что квантовая хромодинамика (КХД) — теория взаимодействия локальных полей цвет-

Рис. 1. Сравнение с экспериментом правил кварткового счета для формфакторов систем, содержащих разное число структурных квартков

ных квартков и глюонов—является основой физики сильных взаимодействий. И это сразу отразилось на наших взглядах на структуру дейтранона. Если на «больших» расстояниях, т. е. на расстояниях, больших расстояний, на которых происходит конфайнмент ( $r \geq 1$  фм), дейтранон, как и всякое другое ядро, по-прежнему считается построенным из нуклонов, которые теперь необходимо рассматривать как 3- $q$ -мешки, то на расстояниях, меньших 1 фм, его структурными блоками уже являются сами квартки и глюоны. При этом квартк-глюонная структура ядра должна проявляться в принципиально новой форме — в форме квартк-глюонной плазмы, мультиквартковых ( $6q, 9q, 12q, \dots$ ) мешков и т. п. Если это так, то можно изучить ряд свойств квартков и глюонов, которые невозможно или очень трудно изучать в столкновениях частиц с частицами.

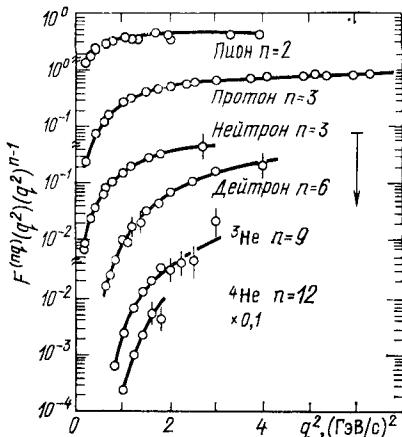
Эти представления о структуре ядерной материи находят экспериментальное подтверждение в исследованиях так называемого *кумулятивного эффекта* [7—9], в изучении рассеяния электронов на легчайших ядрах при значениях  $q^2$  порядка нескольких ( $\text{ГэВ}/c)^2$  [10—14], фрагментации релятивистских дейтранонов в протоны [15—17] и т. п. Для более полного знакомства с этой проблемой отошлем читателя к обзорам [8, 9, 18, 19].

Остановимся кратко на поведении формфакторов. При достаточно больших  $q^2$ , как это следует из соображений размерностного скейлинга [20, 21], убывание формфактора связанной системы из  $n$  структурных квартков подчиняется закону

$$F^{(nq)}(q^2) \sim (1/q^2)^{n-1} \quad (q^2 \equiv -t). \quad (1)$$

Если виртуальный фотон с достаточно большим значением  $q^2$  будет «видеть» ядро в виде  $n$ -кварткового мешка, то формфакторы ядер должны иметь асимптотику [1], где  $n = 3A$ .

Величина  $F^{(nq)}(q^2)(q^2)^{n-1}$  для систем с различным квартковым содержанием пиона ( $n = 2$ ), нуклонов ( $n = 3$ ), дейтранона ( $n = 6$ ),  $^3\text{He}$  ( $n = 9$ ),  $^4\text{He}$  ( $n = 12$ ), приведена на рис. 1. Выход на асимптотику начинается тем позже, чем больше  $n$ : для пиона он начинается при  $q^2 \approx 1$  ( $\text{ГэВ}/c)^2$ , для нуклонов — при  $q^2 \approx 2 \div 3$  ( $\text{ГэВ}/c)^2$ , для дейтранона — при  $4$  ( $\text{ГэВ}/c)^2$ . Для  $^3\text{He}$  и  $^4\text{He}$  формфакторы при  $q^2 \approx 4$  ( $\text{ГэВ}/c)^2$  еще асимптотического поведения не достигают.



Тем не менее явно видна тенденция к «выполаживанию» соответствующих им кривых.

Влияние многокварковых конфигураций на структуру ядер на малых расстояниях можно изучать не только в процессах столкновения ядер при высоких энергиях. Как указано в [22] на примере циркулярной поляризации  $P_\gamma$ , оно может существенно сказываться на эффектах нарушения четности в ядерных реакциях захвата. Однако последовательный расчет такого механизма усиления  $P$ -нечетных корреляций в нуклон-нуклонных взаимодействиях не осуществлен до сих пор.

Следует ожидать, что кварковую структуру ядра можно описать теми же методами, которые традиционно используют в физике адронов, т. е. методами, когда частицу рассматривают как систему неизменного числа составляющих — структурных кварков, связанных удерживающим потенциалом.

Последовательное описание кварковых систем можно основывать на тех или иных релятивистских подходах: на гамильтоновом формализме релятивистских систем с постоянным числом взаимодействующих частиц, развитым в 1949 г. Дираком [23], на уравнении Бете — Солпитера [24], на квазипотенциальному уравнению Логунова — Тавхелидзе [25]. Поэтому в данной статье приведен краткий обзор методов релятивистского описания систем фиксированного числа взаимодействующих частиц без детализации конкретного механизма их взаимодействия. Изложены методы релятивистского описания системы структурных кварков. В частности, рассмотрено описание кварковых систем в релятивистской трехмерной модели гармонического осциллятора. Обсуждены проблемы кваркового описания структуры дейтранона. Подробно описана «гибридная» модель дейтранона, где дейтрон рассмотрен как квантовомеханическая смесь состояния, когда кварки расклассифицированы по двум «мешкам» (нейтрон и протон), с состоянием, когда они находятся в одном мешке. Даны подходы к построению мультикварковых систем для простейших конфигураций  $s^6$  и  $s^4 p^2$  с квантовыми числами дейтранона. Рассмотрено применение гибридной модели для волновой функции дейтранона к описанию формфакторов дейтранона,  $d \rightarrow p$ -фрагментации на ядрах при высоких энергиях и других процессов.

## 1. ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СИСТЕМ С ФИКСИРОВАННЫМ ЧИСЛОМ ЧАСТИЦ

Центральным вопросом релятивистского описания систем с фиксированным числом частиц является вопрос о том, как реализовать десять генераторов группы Пуанкаре в терминах заданного набора динамических переменных (координат, импульсов, спинов и т. п.), удовлетворяя при этом требованию причинности, т. е. требованию того, что все переменные располагают на гиперповерхности  $\Sigma$  пространства Минковского, не содержащей времениподобных направлений.

Подобный обзор современного состояния проблемы гамильтонового описания релятивистских систем с фиксированным числом частиц можно найти в [26]. Здесь лишь коснемся основных его положений, необходимых для исследования динамики夸克ов.

**Группа стабильности и гамильтонианы.** По предписанию Дирака [23] генераторы группы Пуанкаре разделяют на две группы: генераторы группы стабильности (ГС), т. е. генераторы, которые образуют группу, отражающую  $\Sigma$  саму в себя, и гамильтонианы, т. е. операторы, которые отражают одну гиперповерхность  $\Sigma$  на другую  $\Sigma'$  или, иными словами, описывают развитие системы во времени.

Ввиду ряда физических преимуществ чаще всего в качестве гиперповерхности  $\Sigma$  используют так называемую *нуль-плоскость*, определяемую согласно

$$x^0 = x^3. \quad (2)$$

Для произвольного вектора  $a_\mu$  будем использовать компоненты:

$$a_+ = a^- = (a_0 + a_3)/2; \quad a_- = a^+ = a_0 - a_3; \quad \mathbf{a}_\perp = (a_1, a_2). \quad (3)$$

В этих обозначениях генераторы группы Пуанкаре имеют компоненты:

$$\hat{P}_+, \hat{P}_r, \hat{P}_-; \quad E_r = M_{+r}; \quad K_3 = M_{-+}; \quad F_r = M_{-r}; \quad J_3 = M_{12}, \quad r = 1, 2. \quad (4)$$

Эти генераторы легко разделяются на генераторы ГС нулевой плоскости

$$\hat{P}_+, \hat{\mathbf{P}}_\perp, \mathbf{E}_\perp, K_3, J_3 \quad (5)$$

и на гамильтонианы

$$\hat{P}_-, \mathbf{F}_\perp. \quad (6)$$

Из генераторов ГС (5) можно сконструировать операторы спиральности

$$J_3 \equiv W_+/\hat{P}_+ = J_3 + \hat{P}_+^{-1} (E_1 \hat{P}_2 - E_2 \hat{P}_1); \quad (7)$$

$$W_\mu = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \hat{P}^\nu M^{\alpha\beta}/2 \quad (8)$$

и массы

$$\hat{M}^2 = 2\hat{P}_+ \hat{P}_- - \hat{\mathbf{P}}_\perp^2. \quad (9)$$

Можно выбрать теперь такое представление, где генераторы  $\hat{P} \equiv (\hat{P}_+, \hat{\mathbf{P}}_\perp)$ ,  $\hat{M}^2$  и  $J_3$  диагональны. Гильбертово состояние, соответствующее этому представлению, будем обозначать  $|p, m^2, \lambda\rangle$ , где  $p, m^2, \lambda$  — собственные значения соответствующих операторов.

Действие остальных генераторов на  $|p, m^2, \lambda\rangle$  определяется согласно

$$\mathbf{E}_\perp |p, m^2, \lambda\rangle = i p_+ \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_\perp} |p, m^2, \lambda\rangle; \quad (10)$$

$$K_3 |p, m^2, \lambda\rangle = i p_+ \frac{\partial}{\partial p_+} |p, m^2, \lambda\rangle; \quad (11)$$

$$J_3 |p, m^2, \lambda\rangle = \left( ie_{rs} p_r \frac{\partial}{\partial p_s} + \lambda \right) |p, m^2, \lambda\rangle; \quad (12)$$

$$\hat{P}_- = \frac{1}{2\hat{P}_+} (M^2 + \hat{\mathbf{P}}_\perp^2); \quad (13)$$

$$F_r = \frac{1}{\hat{P}_+} [\hat{P}_r K_3 + \hat{P}_- E_r - e_{rs} (\hat{P}_s J_3 + \hat{M} J_3)], \quad (14)$$

где перпендикулярные составляющие спина

$$\mathbf{J}_\perp = \hat{M}^{-1} (\mathbf{W}_\perp - \hat{P}_+^{-1} \hat{\mathbf{P}}_\perp W_+), \quad (15)$$

$\varepsilon_{12} = -\varepsilon_{21} = 1$ ;  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 0$ . Определенные таким образом операторы  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  удовлетворяют коммутационным соотношениям момента.

Основные принципы релятивистской квантовой механики систем фиксированного числа частиц. Рассмотрим сначала простейшую составную систему — две невзаимодействующие частицы одинаковой массы на нулевой плоскости. Представление группы Лоренца в этом случае действует в пространстве векторов  $|p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle$ , которые являются собственными функциями операторов  $\hat{p}^{(i)}$ ,  $j_3^{(i)}$  и  $\hat{M}^{(i)2}$  с собственными значениями  $p^{(i)}$ ,  $\lambda^{(i)}$  и  $m^2$  соответственно.

Определим оператор «трехимпульсов» системы как целой согласно

$$\hat{P} = \hat{p}^{(1)} + \hat{p}^{(2)}. \quad (16)$$

Тогда операторы  $E_\perp$  и  $K_3$  определяются через  $\hat{P}$  по (10) — (12). Для оператора  $J_3$  имеет место аддитивность. Тогда

$$\begin{aligned} J_3 |p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle &= \\ &= \left( ie_{rs} p_r^{(1)} \frac{\partial}{\partial p_s^{(2)}} + \lambda^{(1)} \right) |p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

Определим относительные импульсы частиц. Перпендикулярные относительные импульсы обычно получаем как

$$\mathbf{k}_\perp = \mathbf{p}_\perp - \alpha \mathbf{P}_\perp, \quad (18)$$

где

$$\alpha \equiv \hat{P}_+^{-1} \hat{p}_+; \quad (19)$$

$$\hat{p} \equiv (\hat{p}^{(1)} - \hat{p}^{(2)})/2. \quad (20)$$

Роль продольной составляющей относительного импульса играет переменная  $\alpha$  — полуразность между долями импульса «связанного» состояния, которые переносят первая и вторая частицы в системе бесконечного импульса системы.

Важно, что относительная энергия  $\hat{p}_-$  не является независимой переменной и определяется из условия

$$\hat{P}_+ \hat{p}_- + \hat{P}_- \hat{p}_+ - \hat{\mathbf{P}}_\perp \hat{\mathbf{p}}_\perp = \hat{P}^\mu p_\mu = 0 \quad (21)$$

через операторы  $\hat{P}_+$ ,  $\mathbf{k}_\perp$ ,  $\alpha$  и неизвестный пока оператор  $\hat{M}^2$  (последний входит в определение  $\hat{P}_-$ ).

Условие (21) имеет простой физический смысл (см., например, [27]): волновая функция системы двух релятивистских частиц не содержит относительного времени в системе покоя связанного состояния. Условие (21) будем в дальнейшем называть *условием Маркова—Юкавы* (МЮ) [28, 29].

Перепишем уравнение

$$(2\hat{p}_+^\omega \hat{p}_-^\omega - \hat{\mathbf{p}}_\perp^{(1)\omega} + 2\hat{p}_+^{(2)} \hat{p}_-^{(2)} - \hat{\mathbf{p}}_\perp^{(2)\omega} - 2m^2) |p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle \equiv \\ \equiv (\hat{p}_\mu^{(1)} \hat{p}^{(1)\mu} + \hat{p}_\mu^{(2)} \hat{p}^{(2)\mu} - 2m^2) |\dots\rangle = 0 \quad (22)$$

через импульс  $\hat{P}$  и «энергию»  $\hat{P}_-$  связанного состояния и относительные импульс  $\hat{p}$  и энергию  $\hat{p}_-$  частиц. Затем гамильтонианы  $\hat{P}_-$  и  $\hat{p}_-$  следует выразить через генераторы ГС по (13) и (21) соответственно:

$$M^2 |p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle = \frac{\mathbf{k}_\perp^2 + \hat{m}^2}{1/4 - \alpha^2} |p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle. \quad (23)$$

Таким образом, оператор массы зависит только от относительных переменных  $\mathbf{k}_\perp$ ,  $\alpha$  и оператора массы подсистемы  $\hat{m}^2$ .

Теперь осталось найти оператор спина  $\mathbf{J}_\perp$ . Это легко сделать, так как для генераторов  $\mathbf{F}_\perp^{(i)}$  имеет место аддитивность. Из (14) после несложных преобразований получаем

$$\mathbf{J}_r = i\hat{M}^{-1}\epsilon_{rs} \left[ -k_s \frac{\partial}{\partial \alpha} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{4} - \alpha^2 \right) \frac{\partial}{\partial \alpha} \hat{M}^2 \frac{\partial}{\partial k_s} \right] + \\ + \frac{1}{1/2 + \alpha} [k_r j_3^{(1)} + \hat{m} j_r^{(1)}] + \frac{1}{1/2 + \alpha} [-k_r j_3^{(2)} + \hat{m} j_r^{(2)}]. \quad (24)$$

Релятивистские волновые функции, являющиеся решениями уравнения (23), представляют собой функции, нормированные с релятивистски-инвариантной мерой  $d\alpha d\mathbf{p}_\perp / (1/4 - \alpha^2)$ . Для них имеет место обычная вероятностная интерпретация.

Оказывается, что можно произвести унитарное преобразование, которое упрощает выражение для  $\mathbf{J}_\perp$  [30]:

$$\mathbf{J}_\Delta \rightarrow V \mathbf{J}_\perp V^{-1} = \mathbf{L}_\perp + \mathbf{J}_\perp^{(1)} + \mathbf{J}_\perp^{(2)} \equiv \mathbf{L}_\perp + \mathbf{s}_\perp \quad (25)$$

и не меняет  $\mathcal{T}_3$ . При этом операторы  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{s}$  определены таким образом, что для каждого из них справедливы коммутационные соотно-

шения операторов углового момента, а их трети проекции имеют вид нерелятивистских операторов  $z$ -проекций орбитального момента и спина. Таким образом, волновые функции, получающиеся из старых под действием унитарного преобразования  $\hat{V}$ , становятся собственными функциями операторов квадрата углового момента  $L^2$  и спина  $s^2$ . Иными словами, для них становится справедливой классификация  $SU(2)_s \otimes O(3)_L$ .

В теории кварков такое преобразование называют *преобразованием от структурных к токовым кваркам* (см., например, [27, 30—33]).

Для взаимодействующих частиц, как и для невзаимодействующих, необходимо иметь такой набор состояний  $|p^{(1)}, \lambda^{(1)}; p^{(2)}, \lambda^{(2)}; m^2\rangle$ , чтобы для него выполнялось условие (16) и имела место аддитивность для  $J_3$  или чтобы генераторы ГС действовали на эти векторы, как и ранее. Изменение претерпевают гамильтонианы. Так, оператор массы составной частицы в отличие от случая невзаимодействующих частиц будет зависеть не только от относительных импульсов  $\alpha$ ,  $\mathbf{k}_\perp$  и массы составляющих  $m^2$ , но и от их относительных координат  $\eta$ ,  $\mathbf{x}$ , т. е. величин, канонически сопряженных с  $\alpha$  и  $\mathbf{k}_\perp$  (см. [26]), и спиральностей  $\lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}$ .

Ключевым моментом в решении задачи о связанных состояниях для взаимодействующих частиц является условие сохранения коммутационных соотношений между генераторами группы Пуанкаре, т. е. сохранения релятивистской инвариантности. Для этого достаточно потребовать, чтобы оператор массы удовлетворял так называемым *угловым условиям*

$$[J_i, \hat{M}^2(\dots)] = 0. \quad (26)$$

**Релятивистское описание связанных состояний структурных кварков.** Практически все современные подходы к описанию связанных состояний кварков основаны на одной физической идее, сформулированной в 1965 г. в работах Н. Н. Боголюбова и его учеников [34—36]. Ее суть состоит в том, что релятивистские уравнения для системы сильно связанных кварков на расстояниях, меньших размеров адронов, переходят в уравнения для кварков сrenomированной массой, которые движутся внутри ограниченной области пространства — времени как почти свободные частицы.

Этот подход позволил вычислить некоторые характеристики адронов — магнитные моменты, аксиальную константу  $\beta$ -распада и т. п. [37—39]. Дальнейшее развитие подхода [34] привело к так называемой модели MIT-мешка [40], которая нашла широкое применение в различных задачах физики частиц и ядра.

Рассмотрим простейшую систему — систему связанного состояния кварка и антикварка. В этом случае волновая функция зависит от двух координат — координаты кварка  $x^{(1)}$  и координаты антикварка  $x^{(2)}$ . Далее нижний индекс у волновых функций будет обозначать спиновый и унитарный индекс кварка, а верхний — анти-

кварка. В качестве уравнения для связанных состояний системы кварк — антикварк  $(\bar{q}q)$  можно взять следующее уравнение \*:

$$\begin{aligned} & (M_1^2 - p^{(1)2}) (M_2^2 - p^{(2)2}) \Psi_A^B(x^{(1)}, x^{(2)}) = \\ & = \int dy^{(1)} dy^{(2)} U_{AB'}^{BA'}(x^{(1)}, x^{(2)}; y^{(1)}, y^{(2)}) \delta(x^{(1)} + x^{(2)} - \\ & - y^{(1)} - y^{(2)}) \Psi_{A'}^{B'}(y^{(1)}, y^{(2)}). \end{aligned} \quad (27)$$

К сожалению, задача нахождения оператора  $U$  в рамках тех или иных теоретико-полевых представлений (например, в рамках КХД) к настоящему времени не решена. Поэтому приходится выбирать  $U$  из модельных соображений.

Естественно попытаться разложить  $U$  в ряд по какому-нибудь малому параметру. В качестве такого параметра в [34] выбирали обратную массу кварка  $M$ :

$$U = M_1^2 M_2^2 + M^2 W + M^2 O(M^{-1}). \quad (28)$$

Пусть при этом  $M_1^2 = M^2 + \mu_1^2$ ,  $M_2^2 = M^2 + \mu_2^2$ ,  $\mu_1^2/M^2 \sim \mu_2^2/M^2 \rightarrow 0$ ,  $W/M^2 \rightarrow 0$ . Тогда

$$(p^{(1)2} + p^{(2)2} - \mu_1^2 - \mu_2^2 + W) \Psi_B^A(x^{(1)}, x^{(2)}) = 0. \quad (29)$$

В этом уравнении разделяются переменные центра масс и относительные переменные:

$$(m^2 + 4p^2 - 2\mu_1^2 - 2\mu_2^2 + 2W) \varphi(x) = 0; \quad (30)$$

$$(P^2 - m^2) \Phi_B^A(X) = 0; \quad P \equiv i\partial/\partial X; \quad p \equiv i\partial/\partial x; \quad (31)$$

$$\Psi_B^A(x^{(1)}, x^{(2)}) = \Phi_B^A(X) \varphi(x), \quad (32)$$

где  $X = (x^{(1)} + x^{(2)})/2$ ;  $x = x^{(1)} - x^{(2)}$ .

Уравнения (30) и (31) не описывают спинорной структуры волновой функции мезона. Чтобы ее описать, вместо (31) можно использовать уравнения Баргмана — Вигнера \*\*

$$(P\gamma^{(1)} - m) \Phi_B^A(X) = 0; \quad (P\gamma^{(2)} - m) \Phi_B^A(X) = 0. \quad (33)$$

Очевидно, что тогда волновая функция будет удовлетворять и (31).

Следуя общим принципам, в (30) следует перейти к переменным ГС. Ограничимся рассмотрением случая равных масс  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . На оператор относительного импульса наложим условие МЮ. При этом волновая функция в конфигурационном пространстве задается фурье-преобразованием (подробно см. в [26]):

$$\varphi(\eta, \mathbf{x}_\perp) = (2\pi)^{-3/2} \int d\mathbf{k}_\perp \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\alpha}{1-4\alpha^2} \exp(-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{x}_\perp - i\alpha\eta) \varphi(\alpha, \mathbf{k}_\perp). \quad (34)$$

\* Можно, однако, исходить из сепарабельного! уравнения Бете-Солпитера, так как существует преобразование [43] волновой функции Бете-Солпитера в волновую функцию, удовлетворяющую уравнению (27).

\*\* Существует и другая возможность [42], которую обсудим ниже.

Аналогичным образом можно проделать и фурье-преобразование для потенциала:

$$W(\eta, \mathbf{x}_\perp) = (2\pi)^{-3/2} \int d\mathbf{k}_\perp \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\alpha}{1-4\alpha^2} \exp(-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{x}_\perp - i\alpha\eta) w(\eta, \mathbf{k}_\perp). \quad (35)$$

Тогда (30) станет уравнением на собственные значения оператора квадрата массы связанного состояния

$$\hat{m}^2 = 4(\mu^2 + \mathbf{k}_\perp^2)/(1 - 4\alpha^2) - V, \quad (36)$$

где  $V$  — интегральный оператор:

$$V\varphi(\alpha, \mathbf{k}_\perp) = (2\pi)^{-3/2} \frac{2}{1-4\alpha^2} \times \\ \times \int d\mathbf{p}_\perp \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\beta}{1-4\beta^2} w(\alpha - \beta, \mathbf{k}_\perp - \mathbf{p}_\perp) \varphi(\beta, \mathbf{p}_\perp). \quad (37)$$

Так же как и для свободной частицы, будем полагать, что  $-1/2 \leqslant \alpha \leqslant 1/2$ .

Можно построить релятивистски-инвариантный трехмерный вектор

$$\mathbf{k} = (\mathbf{k}_\perp, k_3); k_3 = 2\alpha \sqrt{(\mu^2 + \mathbf{k}_\perp^2)/(1 - 4\alpha^2)}. \quad (38)$$

При этом уравнение (30) примет форму обычного нерелятивистского уравнения Шредингера

$$m^2\varphi(\mathbf{k}) = (4\mu^2 + 4\mathbf{k}^2 - V)\varphi(\mathbf{k}). \quad (39)$$

Таким образом, получаем простую связь между релятивистской волновой функцией  $\varphi(\mathbf{k})$  и нерелятивистской  $\varphi_{\text{non rel}}(\mathbf{q}^2)$ . Для этого нерелятивистский относительный импульс необходимо заменить на релятивистский (38):

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{non rel}}(\mathbf{q}^2) &\rightarrow \varphi(\alpha, \mathbf{k}_\perp) = \\ &= \varphi_{\text{non rel}}(k^2) \equiv \varphi_{\text{non rel}}[(\mu^2 + \mathbf{k}_\perp^2)/(1 - 4\alpha^2) - \mu^2]. \end{aligned} \quad (40)$$

Условие нормировки теперь примет вид

$$\begin{aligned} \int d\mathbf{k} |\varphi(\mathbf{k}^2)|^2 &= 2 \int d\mathbf{k}_\perp \int_{-1/2}^{1/2} \frac{d\alpha}{1-4\alpha^2} \times \\ &\times \sqrt{\frac{\mu^2 + \mathbf{k}_\perp^2}{1-4\alpha^2}} \left| \varphi\left(\frac{\mu^2 + \mathbf{k}_\perp^2}{1-4\alpha^2} - \mu^2\right) \right|^2 = 1. \end{aligned} \quad (41)$$

Для релятивистской волновой функции (40) имеет место обычная вероятностная интерпретация. Такая релятивистская волновая функция находит широкое применение в самых различных задачах.

Построим операторы углового момента и спина. Начнем со второго. Оператор спина представляет собой сумму операторов  $W$ -спина кварка и антикварка:

$$S = W^{(1)} + W^{(2)}. \quad (42)$$

Релятивистский же оператор углового момента легко построить из импульсов  $\mathbf{k}$ :

$$\mathbf{L} = -i\mathbf{k} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{k}}. \quad (43)$$

Естественно потребовать, чтобы оператор  $V$  коммутировал с операторами  $S$  и  $L$ . Тогда, конечно, будут выполняться и условия  $[J, \hat{m}^2] = 0$  для оператора полного момента  $J = S + L$ .

Таким образом, для мезона удалось построить оператор полного углового момента, в котором разделились операторы спина  $S$  и углового момента  $L$ . Иными словами, для решений наших уравнений справедлива классификация  $SU(2)_S \otimes O(3)_L$ .

Аналогичные результаты имеют место и для более сложных систем  $3q, 6q$  и т. д. Для этого необходимо, так же как и для мезонов, произвести разложение по обратной массе кварка, наложить на относительные импульсы кварков условия МЮ и перейти к переменным в системе покоя связанного состояния.

**Схема «минимального буста».** В большинстве работ (см., например, [31, 32, 34–36]) спинорные части волновых функций связанных кварков определяются из уравнений Баргмана — Вигнера (33). Однако существует другой путь [42], названный его авторами *схемой минимального буста*. В этом случае в качестве генераторов буста  $K_i$  выбирают операторы

$$K_i \equiv \frac{i}{2} \rho_1 \otimes \sigma_i, \quad (44)$$

где для системы, состоящей из  $n$  кварков и  $m$  антикварков:

$$\sigma_i = \sum_{r=1}^n \sigma_i^{(r)} - \sum_{s=1}^m \sigma_i^{T(s)}; \quad (45)$$

$T$  — «транспонированная».

Матрицы  $\rho_i$  (двухкомпонентные матрицы Паули) относятся ко всей  $(nq + mq)$ -системе как целой. В подходе же, основанном на уравнениях Баргмана — Вигнера, вводятся матрицы  $\rho_i^{(r)}$  для каждого кварка и антикварка, т. е. в этом случае

$$K_i = \frac{i}{2} \sum \rho_1^{(r)} \otimes \sigma_i^{(r)}$$

Уравнения, определяющие волновую функцию движения центра масс связанного состояния  $\Phi(X)$ , в случае схемы минимального буста, в отличие от схемы, основанной на уравнениях Баргмана — Вигнера, уже не являются линейными по производной  $\partial/\partial X^\mu$ . Например, в случае барионов уравнение будет содержать производные третьего порядка, а в случае мезонов — второго. Поэтому такие уравнения будут допускать помимо обычных еще и решения с комплексными и чисто мнимыми массами.

Несмотря на этот недостаток такой подход обладает рядом преимуществ по сравнению с подходом, основанным на уравнениях Баргмана — Вигнера. Так, в схеме минимального буста волновые функции имеют минимальное число компонент. В [43] также отмечалось, что имеет место определенное отличие в поведении формфакторов частиц в схемах, основанных на уравнениях Баргмана — Вигнера и минимального буста.

**Внутренние симметрии кварковых гамильтонианов.** Теперь обратимся к модели квазинезависимых кварков [37—39], в которой рассматриваются линейные по импульсу кварка уравнения. Как и для квадратичных уравнений, считается, что потенциал, связывающий кварки, допускает разложение по обратной массе кварка. При этом на расстояниях порядка или меньше размера адрона вместо уравнения для связанного состояния кварков изучается система уравнений для отдельных кварков, движущихся во внешнем запирающем потенциале:

$$(\hat{\delta}^{(i)} - \mu_i - W^{(i)}) \psi = 0. \quad (46)$$

Впервые о возможности такого приближения на примере кварка, движущегося в глубокой потенциальной яме, указывалось в [37], где, в частности, было продемонстрировано, что такое рассмотрение приводит к важному эффекту — усилению магнитного момента кварка (см. также [38]).

Необходимо отметить, что в модели квазинезависимых кварков, как и в модели МИТ-мешка, имеется серьезная трудность (см., например, [44]) с выделением переменных центра масс. Поэтому волновую функцию в этих моделях, строго говоря, можно построить только в системе покоя адрона.

Существует связь между уравнениями квазинезависимых кварков и уравнениями, которые рассмотрены выше: с помощью унитарного преобразования можно от волновых функций, являющихся решением (46), перейти к волновым функциям, являющимся решением квадратичных уравнений.

Рассмотрим один весьма поучительный пример — пример слабого потенциала  $W \sim v^2/c^2$  [27, 30—32, 45]. В этом случае можно решить уравнение (46) в никакшем по  $v/c$  порядке разложения. Опуская детали, которые читатель может найти в [32], приведем лишь конечный результат: в системе покоя связанного состояния волновая функция квазинезависимого кварка имеет вид (для краткости опускаем кварковый индекс  $i$ )

$$\psi_{\mathbf{P}=0}(\overset{\circ}{\mathbf{p}}) = \frac{m/N + \mu - \overset{\circ}{\mathbf{p}} \cdot \overset{\circ}{\mathbf{y}}}{[(m/N + \mu + \overset{\circ}{p}_3)^2 - \overset{\circ}{\mathbf{p}}_{\perp}^2]^{1/2}} \phi_{\mathbf{P}=0}(\overset{\circ}{\mathbf{p}}) \equiv U \phi_{\mathbf{P}=0}(\overset{\circ}{\mathbf{p}}), \quad (47)$$

где  $\phi_{\mathbf{p}=0}$  удовлетворяет условиям Баргмана — Вигнера в системе покоя адрона;  $\phi(\overset{\circ}{\mathbf{p}})$  — скалярная функция, удовлетворяющая уравнению

$$[m^2/N^2 - \mu^2 - \overset{\circ}{\mathbf{p}}^2 - (m/N + \mu) W] \phi(\overset{\circ}{\mathbf{p}}) = 0; \quad (48)$$

$\lambda$  — обычные паулиевские спиноры. Уравнение (48) с точностью до переобозначения совпадает с уравнением на нулевой плоскости (39).

Таким образом, в гамильтониане квазинезависимого кварка отсутствуют члены, содержащие операторы спина  $S$  и, следовательно, нарушающие симметрию гамильтониана по  $SU(2)_S$  вплоть до второго порядка по  $v/c$  [уравнение (47)]. В более высоких порядках это становится не так. Значит, члены, нарушающие  $SU(2)_S$ -симметрию, имеют порядок малости  $(v/c)^3$ . Однако если гамильтониан квазинезависимого кварка преобразовать с помощью преобразования  $U$ , то полученный таким образом гамильтониан уже будет содержать операторы спина

только в членах порядка  $(v/c)^4$  и выше [45]. Следовательно, можно построить новый оператор  $S'$ , который будет генерировать  $SU(2)_S$ -группу, нарушающую симметрию гамильтониана только начиная с четвертого порядка по  $v/c$ . Если потребовать, чтобы преобразованный гамильтониан содержал члены, нарушающие симметрию только начиная с пятого порядка по  $v/c$ , то такое преобразование уже будет зависеть от взаимодействия  $W$ .

Можно привести ряд потенциалов, которые приводят к гамильтонианам с точной высшей симметрией и удовлетворяют требованию удержания夸арков, например потенциал типа (46).

**Модель мешка.** Как уже говорилось, модель квазинезависимых夸арков или, как ее еще называют, модель дубненского мешка дальнейшее развитие получила в [40]. Важное отличие модели МИТ-мешка от модели дубненского мешка состоит во введении феноменологического параметра — внешнего давления  $B$ . При этом форму и размеры мешка определяет условие равновесия на поверхности мешка давлению  $B$  внутреннего夸арк-глюонного давления. Физический смысл давления  $B$  состоит в том, что оно представляет разность плотностей энергии вакуума теории возмущений и истинного вакуума КХД. Снять вырождение по полному спину адрона в модели мешка можно введением цветомагнитных поправок [47] к夸арк-夸арковому взаимодействию. В результате масса  $\Delta$ -изобары получается больше массы нуклона. В модели квазинезависимых夸арков с запирающими потенциалами типа (46) одноглюонные поправки к массам адронов были вычислены в [48].

В [49, 50] рассмотрены киральные обобщения моделей мешков. По-видимому, в этом направлении достаточно многообещающей представляется модель большого мешка [50], в которой адрон представляется собой мешок размером около 1 фм, окруженный пионным полем. При этом пионное поле не проникает внутрь мешка, а взаимодействует только на его поверхности. Модель позволяет единым образом описать многие свойства легчайших барионов.

**Трехмерный релятивистский гармонический осциллятор.** Для многих физических задач полезно приближение, в котором меж夸арковое взаимодействие аппроксимируется потенциалом релятивистского гармонического осциллятора [51–57].

Рассмотрим мезоны. Обобщение на случай более сложных систем  $3q$ ,  $6q$ ,  $4q\bar{q}$ , и т. п. тривиально. Уравнение, описывающее эту систему, имеет вид

$$(\square^{(1)} + \square^{(2)} - \Omega(x^{(1)} - x^{(2)})^2 + 2m_0^2) \Psi_B^A(x^{(1)}, x^{(2)}) = 0 \quad (49)$$

(ограничиваемся опять случаем, когда массы夸арков одинаковы). Чтобы описать спинорную структуру связанного состояния, подчиним волновую функцию также условиям Баргмана — Вигнера (33) или уравнениям схемы минимального буста (см. выше).

Выделим в (49) переменные центра масс (32). Тогда волновая функция относительного движения夸арка и анти夸арка удовлетво-

ряет следующему уравнению:

$$[\square^{(x)} - (\Omega^2/2) x^2 + m_0^2] \varphi(x) = M^2 \varphi(x)/4. \quad (50)$$

В соответствии с общим методом на волновую функцию  $\varphi(x)$  следует наложить условие МЮ:

$$P_\mu \partial/\partial x_\mu \varphi(x) = 0, \quad (51)$$

а также ограничение Фейнмана — Кислингера — Равнадала [53]:

$$P_\mu [\partial/\partial x_\mu + (\Omega/\sqrt{2}) x^\mu] \varphi(x) = 0. \quad (52)$$

Очевидно, что в силу условия МЮ ограничение Фейнмана — Кислингера — Равнадала (52) сводится к следующему:

$$P_\mu x^\mu = 0. \quad (53)$$

Вследствие условий МЮ и (53) уравнение (50) в системе покоя мезона сводится к уравнению Шредингера

$$4 [-\partial^2/\partial \overset{\circ}{\mathbf{x}}^2 + (\Omega^2/2) \overset{\circ}{\mathbf{x}}^2 + m_0^2] \varphi_{\mathbf{P}=0}(\overset{\circ}{\mathbf{x}}) = M^2 \varphi_{\mathbf{P}=0}(\overset{\circ}{\mathbf{x}}). \quad (54)$$

Решения этого уравнения суть

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathbf{p}=0; n_1, n_2, n_3}(\overset{\circ}{\mathbf{x}}) &= N_{n_1 n_2 n_3} H_{n_1}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \overset{\circ}{x}_1) \times \\ &\times H_{n_2}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \overset{\circ}{x}_2) H_{n_3}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \overset{\circ}{x}_3) \exp [(-\Omega/2 \sqrt{2} \overset{\circ}{x}^2)]. \end{aligned} \quad (55)$$

Спектр масс при этом имеет вид

$$M_{n_1 n_2 n_3}^2 = 2\sqrt{2}\Omega(n_1 + n_2 + n_3 + 3) + 4m_0^2. \quad (56)$$

Волновые функции нормируются условием

$$\int d^4x \delta\left(\frac{P_\mu}{M} x^\mu\right) |\varphi_{\mathbf{p}; n_1, n_2, n_3}(x)|^2 = 0, \quad (57)$$

откуда

$$N_{n_1 n_2 n_3} = 2^{n_1+n_2+n_3} n_1! n_2! n_3! \quad (58)$$

Чтобы определить операторы углового момента  $\mathbf{L}$ , необходимо построить вектор Паули — Любансского

$$W_\mu = -i\varepsilon_{\mu\nu\rho} P^\nu x^\sigma \partial/\partial x_\rho, \quad (59)$$

на переменные  $x_\mu$  и  $\partial/\partial x_\mu$  наложить ограничения (51) и (53) и записать  $W_\mu$  в системе покоя мезона  $\mathbf{P} = 0$ :

$$\mathbf{W} = M\mathbf{L}; \quad \mathbf{L} = i \left[ \frac{\partial}{\partial \overset{\circ}{\mathbf{x}}} \times \overset{\circ}{\mathbf{x}} \right]. \quad (60)$$

Тогда оператор спина мезона в системе его покоя примет вид

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + (\boldsymbol{\sigma}^{(1)} + \boldsymbol{\sigma}^{(2)})/2. \quad (61)$$

Отметим, что операторы спина (61) коммутируют с оператором квадрата массы мезона  $\hat{M}^2$ , определяемого уравнением (54):

$$\hat{M}^2 = 4(-\partial^2/\partial \dot{\mathbf{x}}^2 + (\Omega^2/2) \dot{\mathbf{x}}^2 + m_0^2). \quad (62)$$

Этого достаточно, чтобы построить по соответствующим формулам все генераторы группы Пуанкаре.

Такие результаты, на первый взгляд, противоречат результату, полученному на нулевой плоскости [26]. Действительно, там вместо пары ограничений МЮ и Фейнмана — Кислингера — Равнадала [или эквивалентного ему условия (53)] рассматривалась пара ограничений: ограничение нулевой плоскости  $x_+ = (x_0 + x_3)/2$  и ограничение Фейнмана — Кислингера — Равнадала. Очевидно, что условие (53) не совпадает с условием  $x_+ = 0$  (в первом случае имеем условие типа  $\omega_\mu x^\mu$  с  $\omega^2 > 0$ , а во втором — с  $\omega^2 = 0$ !). Тем не менее как мы сейчас покажем, гамильтониан, полученный в подходе светового фронта, и гамильтониан, найденный из условия МЮ, связаны друг с другом калибровочным преобразованием, т. е. фактически эти подходы эквивалентны друг другу.

В подходе [26] оператор квадрата массы в системе покоя мезона имеет вид

$$\hat{M}_{LC}^2 = 4[-\partial^2/\partial \dot{\mathbf{x}}_\perp^2 - \partial^2/\partial \dot{x}_3^2 + (\Omega/2) \dot{\mathbf{x}}_\perp^2 + \sqrt{2} \Omega (\partial/\partial \dot{x}_3) \dot{x}_3 + \tilde{m}_0^2], \quad (LC \equiv \text{Light Cone}), \quad (63)$$

который отличается от оператора  $\hat{M}^2$ , получаемого в подходе с условиями МЮ. Собственные функции гамильтониана (61):

$$\begin{aligned} \Psi_{n_1 n_2 n_3}^{LC}(\dot{\mathbf{x}}_\perp \dot{x}_3) &= N_{n_1 n_2 n_3} H_{n_1}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \dot{x}_1) \times \\ &\times H_{n_2}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \dot{x}_2) H_{n_3}(\sqrt[4]{\Omega^2/2} \dot{x}_3) \exp [(-\Omega/2 \sqrt{2}) \dot{x}_\perp^2]. \end{aligned} \quad (64)$$

Волновые функции (62) нормированы с мерой  $\exp [(-\Omega/2 \sqrt{2}) \dot{x}_3^2]$ . Операторы углового момента суть

$$\left. \begin{aligned} L_r^{LC} &= -i e_{rs} [\dot{x}_s \partial/\partial \dot{x}_3 - \dot{x}_3 \partial/\partial \dot{x}_s - (\Omega/\sqrt{2}) \dot{x}_s \dot{x}_3]; \\ L_z^{LC} &= -i (\dot{x}_1 \partial/\partial \dot{x}_2 - \dot{x}_2 \partial/\partial \dot{x}_1). \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Выполним калибровочное преобразование [56]:

$$\varphi(\dot{\mathbf{x}}) \rightarrow \varphi^{LC}(\dot{x}_1 \quad \dot{x}_3) = V(\dot{x}) \varphi(\dot{\mathbf{x}}); \quad V(\dot{x}_3) = \exp(\Omega \dot{x}_3^2/2 \sqrt{2}). \quad (66)$$

При этом оператор  $\hat{M}^2$  преобразуется в  $\hat{M}_{LC}^2$ , а операторы углового момента  $L$ , определенные в (60), — в операторы  $L^{LC}$  (63).

Волновые функции в подходе на световом фронте [26] нормируются, как уже говорилось, с мерой  $\exp(-\Omega \dot{x}_3^2/\sqrt{2})$ . Эту меру калибровочное преобразование (64) восстанавливает:

$$d^4x \delta(Px/M) = d\dot{\mathbf{x}} \rightarrow \exp(-\Omega \dot{x}_3^2/\sqrt{2}) d\dot{\mathbf{x}}_\perp d\dot{x}_3, \quad (67)$$

что и доказывает эквивалентность описаний уравнения гармонического осциллятора на нулевой плоскости и с помощью условий МЮ.

Важно подчеркнуть, что калибровочное преобразование сохраняет коммутационные соотношения между операторами углового момента и условие коммутации оператора массы с операторами углового момента.

**Матричные элементы токов.** Рассмотрим матричный элемент некоторого оператора  $J$  в нерелятивистском пределе. При этом будем считать, что имеет место аддитивность (для определенности рассмотрим  $3q$ -систему):

$$J = J^{(1)} + J^{(2)} + J^{(3)}. \quad (68)$$

В импульсном представлении для матричного элемента оператора  $J$  имеет место выражение

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}' | J(0, \mathbf{k}) | \mathbf{P} \rangle = & 3\delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}' + \mathbf{k}) \int d\mathbf{l}^{(1)} d\mathbf{l}^{(2)} d\mathbf{l}^{(3)} d\mathbf{l}'^{(1)} \times \\ & \times d\mathbf{l}'^{(2)} d\mathbf{l}'^{(3)} \delta \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{P} \right) \delta \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{l}'^{(i)} - \mathbf{P}' \right) \delta(\mathbf{l}^{(2)} - \mathbf{l}'^{(2)}) \times \\ & \times \delta(\mathbf{l}^{(3)} - \mathbf{l}'^{(3)}) \bar{\Psi}(\mathbf{l}'^{(1)}, \mathbf{l}'^{(2)}, \mathbf{l}'^{(3)}) J^{(1)} \Psi(\mathbf{l}^{(1)}, \mathbf{l}^{(2)}, \mathbf{l}^{(3)}). \end{aligned} \quad (69)$$

Для релятивистского обобщения (67) необходимо:

1) заменить  $d\mathbf{l}^{(i)} \rightarrow d^4 l^{(i)}$ ,  $d\mathbf{l}'^{(i)} \rightarrow d^4 l'^{(i)}$ ;

2) заменить  $\delta \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{P} \right) \rightarrow \delta^4 \left( \sum_{i=1}^3 \mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{P} \right)$  и аналогично для конечного состояния;

3) на нулевые компоненты 4-импульсов夸рков наложить условия МЮ;

4) найти релятивистское обобщение трехмерной  $\delta$ -функции  $\delta(\mathbf{l}^{(i)} - \mathbf{l}'^{(i)})$ . Очевидно, что эту трехмерную  $\delta$ -функцию нельзя заменить на обычную четырехмерную  $\delta^4(l^{(i)} - l'^{(i)})$ , так как в этом случае не получится правильный нерелятивистский предел для матричных элементов токов. Требуемая трехмерная  $\delta$ -функция [27, 55, 57]:

$$\frac{1}{L_0} \delta \left( \lambda^{(i)} - \frac{\lambda_0^{(i)}}{L_0} \mathbf{L} \right), \quad (70)$$

где

$$\lambda^{(i)} = l^{(i)} - l'^{(i)}; \quad L = (P'/m' - P/m)/2, \quad (71)$$

$m, m'$  — массы адронов в начальном и конечном состояниях.

Теперь релятивистский матричный элемент тока примет вид

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}' | J(0) | \mathbf{P} \rangle = & \frac{3}{L_0^2} \int \delta \left( \sum_{i=1}^3 l^{(i)} - P \right) \delta \left( \sum_{i=1}^3 l'^{(i)} - P' \right) \times \\ & \times \prod_{j=2}^3 \delta \left[ \left( l^{(j)} - \frac{P}{3} \right) \frac{P}{M} \right] \delta \left[ \left( l'^{(j)} - \frac{P'}{3} \right) \frac{P'}{M} \right] \delta \left( \lambda^{(j)} - \frac{\lambda_0^j}{L_0} \mathbf{L} \right) \times \\ & \times \bar{\Psi}(\mathbf{l}'^{(1)}, \mathbf{l}'^{(2)}, \mathbf{l}'^{(3)}) J^{(1)} \Psi(\mathbf{l}^{(1)}, \mathbf{l}^{(2)}, \mathbf{l}^{(3)}) \times \\ & \times d^4 l^{(1)} d^4 l^{(2)} d^4 l^{(3)} d^4 l'^{(1)} d^4 l'^{(2)} d^4 l'^{(3)}. \end{aligned} \quad (72)$$

Явный вид  $J^{(1)}$  зависит от того, решением какого уравнения являются волновые функции. Если в качестве уравнения взять (29) и включить в него электромагнитное взаимодействие минимальным образом, то получим

$$J_{\mu}^{(i)} = \frac{3}{2} \frac{\hat{Q}^{(i)}}{M} (\hat{l}'^{(i)} \gamma_{\mu}^{(i)} + \gamma_{\mu}^{(i)} \hat{l}^{(i)}), \quad (73)$$

где  $\hat{Q}^{(i)}$  — оператор заряда  $i$ -го кварка. Если рассматривать уравнения модели квазинезависимых кварков, то из минимального включения электромагнитного тока следует, что

$$J_{\mu}^{(i)} = \hat{Q}^{(i)} \gamma_{\mu}^{(i)}. \quad (74)$$

В обоих случаях можно доказать сохранение электромагнитного тока [32, 55].

## 2. ДЕЙТРОН НА ЯЗЫКЕ СТРУКТУРНЫХ КВАРКОВ

Как уже подчеркивалось во введении, описание структуры ядер следует вести на двух уровнях: больших и малых расстояний. На первом уровне ядро представляет собой связанную систему нескольких нуклонов, на втором — конфигурацию, где отдельные нуклоны объединяются в мультикварковые системы.

**Гибридная модель для волновой физики дейтрана.** Далее ограничимся рассмотрением максимально простого ядра — дейтрана. На его примере увидим, к каким изменениям приводит учет шестикваркового ( $6q$ ) состояния на малых расстояниях.

Модель, которую будем обсуждать ниже, основана на допущении [58–60], что волновая функция дейтрана представима как слабосвязанное состояние двух трехкварковых кластеров, (называемых протоном и нейтроном; в дальнейшем  $pr$ -состояние) с небольшой примесью  $6q$ -состояния, в котором уже все шесть кварков находятся в одном мешке:

$$|\text{дейтран}\rangle = \alpha |pr\rangle + \beta |6q\rangle. \quad (75)$$

Учет кварковых степеней свободы в двухнуклонной системе можно осуществить в рамках так называемой *модели связанных кварковых каналов* [61]. Анализ  $S$ -фаз  $NN$ -рассеяния показывает, что  $6q$ -состояния могут играть доминирующую роль в области кинетической энергии падающего нуклона 300 МэВ и более. При этом масса так называемых *примитивов*, т. е. масса  $6q$ -состояний, получающаяся из уравнений с выключенным потенциалом перехода мультикваркового состояния в нуклонное, соответствуют полюсам  $P$ -матрицы [62]. Однако в  $S$ -матрице из-за взаимодействия кваркового канала с нуклонным полюсом оказываются сдвинутыми относительно полюсов  $P$ -матрицы как по действительной, так и по мнимой оси. Причем при определенном выборе потенциала перехода мультикваркового состоя-

ния в нуклонное это сдвиг может оказаться настолько сильным, что экспериментально невозможно наблюдать  $6q$ -связанные состояния.

Однако для расчета формфакторов дейтрона и в некоторых других задачах знание потенциала перехода  $6q \leftrightarrow 2N$  в явном виде не представляется необходимым. Можно исходить из феноменологической гибридной волновой функции (75) с параметрами, определяемыми из подгонки результатов расчета экспериментальным данным.

Перейдем теперь к корректному описанию каждой из компонент гибридной волновой функции дейтрона.

**$np$ -волновая функция.** Сначала введем удобные для нашей цели относительные кварковые координаты и импульсы. Пусть  $x^{(i)}$  обозначает координату  $i$ -го кварка, а  $X$  — координату центра масс:

$$X = (x^{(1)} + x^{(2)} + x^{(3)} + x^{(4)} + x^{(5)} + x^{(6)})/6. \quad (76)$$

Определим шесть относительных координат:

$$\left. \begin{aligned} x^{(1)} &= X + r/2 - 2\xi; & x^{(4)} &= X - r/2 - 2\mu; \\ x^{(2)} &= X + r/2 + \xi - \sqrt{3}\eta; & x^{(5)} &= X - r/2 + \mu - \sqrt{3}\nu; \\ x^{(3)} &= X + r/2 + \xi + \sqrt{3}\eta; & x^{(6)} &= X - r/2 + \mu + \sqrt{3}\nu. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

В системе покоя дейтрона  $np$ -волновую функцию можно представить в следующем виде:

$$|np\rangle = \phi(\mathbf{r}) \Psi_{3q}(\xi, \eta) \Psi_{3q}(\mu, \nu) \times \times |3q + 3q; j = 1, j_3; T = 0\rangle, \quad (78)$$

где  $\phi(\mathbf{r})$  — волновая функция относительного движения двух  $3q$ -кластеров. Ее можно обычным образом выразить через  $u$  и  $w$  волновые функции:

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{r} \left[ u(r) + \frac{S_{pn}(\hat{r})}{\sqrt{8}} w(r) \right], \quad (79)$$

где  $S_{pn}(\hat{r})$  — известный тензорный оператор. В качестве  $\phi(\mathbf{r})$  можно взять одну из феноменологических волновых функций (например, [63—66]). Функция  $|3q + 3q; j = 1; j_3; T = 0\rangle$  — спин-изоспиновая цветовая волновая функция со спином  $j (=1)$ , его третьей проекцией  $j_3$  и изоспином нуль. Функция  $3q + 3q$  означает, что она построена из произведений двух  $3q$ -состояний с квантовыми числами протона и нейтрона. Явный вид спин-изоспиновых цветовых волновых функций протона и нейтрона можно, например, найти в приложении 1 работы [53].

Волновые функции  $\Psi_{3q}(\xi, \eta)$ ,  $\Psi_{3q}(\mu, \nu)$  описывают относительное движение кварков внутри первой и второй троек кварков соответственно. Будем их определять как собственные функции гамильтониана релятивистской осцилляторной кварковой модели на нулевой

плоскости:

$$\Psi_{3q}(\xi, \eta) = N_3 \exp \left\{ -\frac{3\omega}{\sqrt{2}} (\xi^2 + \eta^2) \right\}; \quad N_3 = (6\omega/\sqrt{2}\pi)^{3/2}. \quad (80)$$

Эти волновые функции нормированы условием

$$\int d\xi d\eta |\Psi_{3q}(\xi, \eta)|^2 = 1. \quad (81)$$

**6q-волновая функция.** Вопросы о построении 6q-волновой функции с квантовыми числами дейтрона были рассмотрены в [60]. Дейтрон является цветовым синглетом, а следовательно, и 6q-состояние должно быть цветовым синглетом. Это будет в том и только в том случае, если цветовая часть имеет симметрию схемы Юнга [2<sup>3</sup>]. Однако полная волновая функция должна быть антисимметрична относительно перестановок любых пар кварков. Если выбрать в качестве орбитальной части 6q-состояния основное состояние, то цветовая спин-ароматная часть должна быть полностью антисимметрична по отношению к перестановкам кварков. Цветовая спин-ароматная волновая функция будет полностью антисимметрична в том и только в том случае, если спин-ароматная часть имеет симметрию, сопряженную к симметрии цветовой части, т. е. имеет симметрию [3<sup>2</sup>].

Цветовая часть, как это следует из ее симметрии, характеризуется одним из пяти Y-символов (символ Яманучи)<sup>\*</sup> симметрии [2<sup>3</sup>]. Спин-ароматная часть тоже характеризуется одним из пяти Y-символов, но уже симметрии [3<sup>2</sup>], а также спином  $j = 1$ , его z-компонентой, изоспином  $T$  и его z-компонентой  $T_z$ . Так как в состав 6q-состояния дейтрона входят только структурные кварки  $u$  и  $d$ , в качестве ароматной группы достаточно ограничиться группой изоспина  $SU(2)_T$ . Ниже будем обозначать цветовую и спин-изоспиновую волновые функции  $|6q; C_2 = 0, Y\rangle$  и  $|6q; j = 1, j_3; T = 0; Y\rangle$  соответственно; здесь  $C_2$  — собственное значение квадратичного оператора Казимира. Полностью антисимметричная цветовая спин-изосpinовая волновая функция:

$$|6q; C_2 = 0; j = 1, j_3; T = 0\rangle = \\ = \sqrt{\frac{1}{5}} \sum_Y \Lambda_Y |6q; C_2 = 0; Y\rangle |6q; j = 1, j_3; T = 0; \tilde{Y}\rangle, \quad (82)$$

где  $\Lambda_Y/\sqrt{5}$  — коэффициент Клебша — Гордана симметрической группы  $S_6$  для полностью антисимметричного состояния во внутреннем произведении представлений  $[3^2] \times [2^3]$ ;  $\Lambda_Y$  — фазовый множитель, который равен  $-1$ , если  $Y$  — четная, и  $+1$ , если  $Y$  — нечетная перестановка цифр в  $Y = [332211]$ ;  $\tilde{Y}$ -символ, сопряженный к  $Y$ .

\* Отошлем читателя к книге [67], где изложены все теоретико-групповые понятия этого раздела.

символу  $Y$ , т. е.  $\tilde{Y}$  получается из  $Y$ , если при соответствующем разбиении схемы Юнга поменять местами строчки и столбцы (например,  $Y = [323121]$ ,  $\tilde{Y} = [312211]$ ).

Можно разложить спин-изоспиновые волновые функции на внутреннее произведение спиновых и изоспиновых волновых функций. Отдельно спиновая и изоспиновая волновые функции удовлетворяют симметрии  $[4, 2]$  и  $[3^2]$ , что обеспечит требуемые значения спина и изоспина. Таким образом, спиновая часть волновой функции характеризуется спином  $j = 1$ , его  $z$ -проекцией и одним из девяти  $Y$ -символов схемы Юнга  $[4, 2]$ , а изоспиновая часть — изоспином  $T = 0$ ,  $T_3 = 0$  и одним из пяти  $Y$ -символов схемы  $[3^2]$ . Полная спин-изоспиновая волновая функция имеет вид

$$|j=1, j_2; T=0; Y\rangle = \sum_{Y_j, Y_t} S_{Y_a Y_b Y_y}^{[3^2][3^2][4, 2]} |T=0; Y_t\rangle |j=1, j_3; Y_j\rangle, \quad (83)$$

где  $S_{Y_a Y_b Y_y}^{[3^2][3^2][4, 2]}$  — коэффициенты Клебша — Гордана симметрической группы. Для спиновой и изоспиновой волновых функций введем обозначения  $|j=1, j_3; Y_j\rangle$  и  $|T=0; Y_t\rangle$ . Таблицы соответствующих коэффициентов Клебша — Гордана можно найти, например, в [60].

Спиновые и изоспиновые волновые функции можно найти по правилам сложения угловых моментов (более подробно см. в приложении 1 работы [60]).

Полная  $6q$ -волновая функция имеет вид

$$|6q\rangle = |6q; C_2 = 0; j = 1, j_3; T = 0\rangle \phi_{6q}(\mathbf{r}, \xi, \eta, \mu, \nu). \quad (84)$$

Отметим, что в таком подходе  $pr$  и  $6q$ -состояния, строго говоря, получаются неортогональными. Однако, как показывает численный расчет, вклад интерференционного члена в те или иные величины преубежденно мал. Например, в формфакторы дейтрона он дает вклад менее 0,1%.

Орбитальная волновая функция  $\phi_{6q}(\mathbf{r}, \xi, \eta, \mu, \nu)$  — основное состояние релятивистского осцилляторного уравнения в переменных светового фронта:

$$\left. \begin{aligned} \phi_{6q}(\mathbf{r}, \xi, \eta, \mu, \nu) &= N_6 \exp \{ -3\omega(r^2/4 + \xi^2 + \eta^2 + \mu^2 + \nu^2) \}; \\ N_6 &= (1/6) \sqrt{1/2} (6\omega/\pi)^{15/4}. \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

При этом условие нормировки

$$\int d\mathbf{r} d\xi d\eta d\mu d\nu |\phi_{6q}(\mathbf{r}, \xi, \eta, \mu, \nu)|^2 = 1. \quad (86)$$

**«Состав»**  $6q$ -компоненты дейтрона. Можно произвести разложение [59] спин-изоспиновой цветовой части волновой функции  $6q$ -состояния на сумму различных  $3q$ -пар. Оказывается, что в такое разло-

жение помимо истинных, т. е. бесцветных, барионов входят цветные  $3q$ -системы (скрытый цвет). Вероятность обнаружения таких состояний в  $6q$ -состоянии легко найти, пользуясь разложением (82). Действительно, из пяти  $6q$  цветовых волновых функций  $|6q; C_2 = 0; Y\rangle$ , входящих в (82), которые отличаются друг от друга числом Яманучи, четыре будут ортогональны волновой функции  $|3q; C'_2 = 0; Y = [321]\rangle$  и лишь для одной перекрытие отлично от нуля:

$$\langle 3q; C'_2 = 0; Y' = [321] | \langle 3q; C''_2 = 0; Y = [321 341] \rangle = 1. \quad (87)$$

Таким образом, вероятность обнаружения в  $6q$ -состоянии состояний со скрытым цветом составляет  $4/5$ .

В состав бесцветных состояний, входящих в спин-изоспиновую цветовую часть волновой функции  $6q$ -компоненты дейтрона, помимо «нуклонов» входят еще и «изобары». В результате имеется следующий набор  $3q$ -пар, входящих в состав  $6q$ -состояния с квантовыми числами дейтрона:  $pr - 11\%$ ;  $\Delta\Delta - 9\%$ ; скрытый цвет —  $80\%$ . Полученные в  $6q$ -модели оценки [68] на вероятность обнаружения в дейтроне  $\Delta\Delta$ -пар не противоречат полученной экспериментально ее верхней границе.

Наличие в  $6q$ -компоненте дейтрона скрытого цвета приводит к дополнительному образованию  $\Delta$ -изобар в инклюзивных реакциях по сравнению с квазидвухчастичным разбиванием дейтрона [69], а именно в квазидвухчастичных реакциях рождаются  $\Delta$ -изобары, заранее «приготовленные» в дейтроне. В инклюзивных же реакциях может рождаться дополнительное число изобар от следующего процесса. Из части  $6q$ -компоненты со скрытым цветом выбивается цветовой октет с изоспином  $3/2$  ( $\Delta^8$ ). Затем, излучая мягкий глюон,  $\Delta^8$  превращается в реальную изобару. Таким образом, оказывается, что число  $\Delta$ -изобар, рождающихся в инклюзивных реакциях, должно более чем в 2 раза превосходить их число в реакциях по квазидвухчастичному разбиванию дейтрона. Это предсказание находится в качественном согласии с экспериментом [70].

**Орбитально-возбужденные  $6q$ -системы.** До сих пор была рассмотрена только такая  $6q$ -система, в которой все шесть夸克ов находятся в  $s$ -состоянии ( $s^6$ ). Однако, как было показано в [71], другая конфигурация, в которой четыре夸克 находятся в  $s$ -, а два других — в  $p$ -состоянии ( $s^4 p^2$ ), может наровне с  $s^6$ -конфигурацией определять структуру дейтрона на малых расстояниях.

Масса  $6q$ -состояния определяется как сумма

$$M(6q) = M_0(6q) + M_{\text{пп}}(6q), \quad (88)$$

где  $M_0$  — масса, определяемая одной из динамических моделей: осцилляторной夸克овой моделью, моделью мешка и т. п. Эта масса зависит только от радиальных мод возбуждения. Так, для нерелятивистской модели гармонического осцил-

лятора \*

$$M_0 = N\Omega + \text{const}, \quad (89)$$

где  $N = 0$  для  $s^6$ - и  $N = 2$  для  $s^4p^2$ -конфигураций;  $M_{\text{цм}}$  — поправка на цветомагнитное  $qq$ -взаимодействие [47]:

$$M_{\text{цм}} = -3\alpha_s \sum_{i < j} \sum_{a=1}^b \langle 6q | \lambda_a^{(i)} \lambda_a^{(j)} \sigma^{(i)} \sigma^{(j)} M_{ij}, \quad (90)$$

где  $\alpha_s = g_s^2/4\pi$ ;  $g_s$  — константа кварк-глюонного взаимодействия;  $\lambda_a^{(i)}$  — генераторы цветной  $SU(3)_C$ -группы;  $|6q\rangle$  — невозмущенные волновые функции  $6$   $q$ -системы, т. е. волновые функции, которые являются решением динамических уравнений с собственными значениями  $M_0$  ( $6q$ ).

Наличие в массовой формуле (88) цветомагнитного члена приводит к расщеплению уровней, соответствующих одному и тому же значению  $N$ .

Волновая функция  $|6q\rangle$  для  $s^6$ -конфигурации построена в [60]. Для более сложных конфигураций  $|6q\rangle$  строятся аналогично [73]. Полностью антисимметричная волновая функция  $6$   $q$ -системы:

$$\begin{aligned} |6q\rangle = \sum_{Y=1}^{n_f} \frac{\Lambda_Y}{V^{n_f}} \phi_{6q; [f]Y\omega_X} (\mathbf{r}, \xi, \eta, \mu, \nu) \times \\ \times |6q[f]; C_2=0; s, s_3; T, T_3; \omega_{CST}; \tilde{Y}\rangle, \end{aligned} \quad (91)$$

где орбитальная волновая функция  $\phi_{6q; [f]Y\omega_X}(\dots)$  определяется типом симметрии (схемой Юнга) относительно перестановки частиц  $[f]$ , символом Яманучи  $Y$  и индексом повторения  $\omega_X$ ; спин-изоспиновая цветовая волновая функция определяется симметрией  $\tilde{[f]}$ , соединенной с симметрией  $[f]$  орбитальной волновой функции, символом Яманучи  $\tilde{Y}$  (сопряженным к  $Y$ ), значениями спина  $s$  и его проекции  $s_3$ , изоспина  $T$  и его проекции  $T_3$  и должна быть цветовым синглетом, т. е. ее цветовая часть должна иметь симметрию [2<sup>3</sup>];  $\omega_{CST}$  — дополнительные квантовые числа, которые характеризуют спин-изоспиновую цветовую функцию;  $n_f$  — размерность представления симметрической  $S_6$ -группы, соответствующего схеме Юнга  $[f]$ ;  $\Lambda_Y/V^{n_f}$  — коэффициенты Клебша — Гордана симметрической  $S_6$ -группы для полностью симметричного состояния во внутреннем произведении схем Юнга  $[f] \times \tilde{[f]}$ ,  $\Lambda_Y = \pm 1$ .

Для  $s^6$ -конфигурации  $[f] = [6]$ ,  $n_6 = 1$ , индексы повторения  $\omega_X$  и  $\omega_{CST}$  имеют только одно значение и выражение (91) переходит в (84).

Спин-изоспиновая цветовая волновая функция  $|6q; [f]; C_2=0; s, s_3; T, T_3; \omega_{CST}; Y\rangle$  строится с помощью коэффициентов Клебша — Гордана  $S_6$ -группы из спиновых, изоспиновых и цветовых волновых функций, которые имеют симметрии  $[(s+3), (s-3)], [(T+3), (T-3)]$  и  $[2^3]$  соответственно. Таблицы соответствующих коэффициентов Клебша — Гордана для конфигурации  $s^4p^2$  можно найти в [73].

Виду того что цветомагнитный член  $M_{\text{цм}}$  для  $s^4p^2$ -конфигураций с квантовыми числами дейtronса оказывается отрицательным, а для  $s^6$ -положительным, он частично или даже полностью может скомпенсировать разницу  $M_0(s^4p^2) - M_0(s^6)$  цветоневозмущенных членов (88) для этих состояний. Так, расчет [71] в рамках модели MIT-мешка привел к

$$M(s_{1/2}^6) = 2165 \text{ МэВ}/c^2; \quad M(s_{1/2}^4, p_{1/2}^2) = 2379 \text{ МэВ}/c^2, \quad (92)$$

\* В релятивистской трехмерной осцилляторной модели (см. разд. 1) имеет место аналогичная формула для квадрата массы. Формула (88) в этом случае получается при пренебрежении спин-орбитальным и тензорным взаимодействием [72].

в то время как  $\Delta M_0 = 538 \text{ МэВ}/c^2$ . Аналогичный расчет в рамках нерелятивистской осцилляторной кварковой модели показывает, что  $s^4 p^2$ -состояние может быть даже легче основного  $s^6$ :

$$M_{\text{осц}}(s^6) = 2380 \text{ МэВ}/c^2; \quad M_{\text{осц}}(s^4 p^2) = 2160 \text{ МэВ}/c^2. \quad (93)$$

Подобное явление было рассмотрено также в [74] для систем, состоящих из произвольного числа夸克ов  $n$ , и было показано, что, начиная с определенного значения  $n$ , должно иметь место явление цветомагнитного коллапса.

### 3. РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ И ПРОБЛЕМЫ КВАРКОВОЙ СТРУКТУРЫ ДЕЙТРОНА

Обсудим роль б $q$ -компонент дейтрана в процессах рассеяния электронов на дейтранах и в процессах фрагментации дейтранов на ядрах. Следует отметить, что в ядерной физике имеются подходы — введение обменных токов, введение мягкого кора в  $NN$ -потенциалах и т. п., — которые частично могут учитывать вклады от мультикварковой фазы ядра. Поэтому сравним такие подходы с кварковыми и попытаемся найти те эффекты, которые невозможно объяснить традиционными методами ядерной физики.

Начнем с обсуждения высокоэнергетического электрон-дейтранного рассеяния. Изучение упругого и неупругого рассеяния электронов на частицах и ядрах всегда являлось одним из наиболее надежных методов исследования их структуры, поэтому попытка исследовать структуру дейтрана этим же методом весьма естественна.

**Кинематика упругого  $ed$ -рассеяния и нерелятивистское импульсное приближение.** Упругое  $ed$ -рассеяние целиком описывается через три формфактора — электрический  $F_C(q^2)$ , квадрупольный  $F_Q(q^2)$  и магнитный  $F_M(q^2)$ . Последние представляют комбинации формфакторов  $F_1(q^2)$ ,  $F_2(q^2)$  и  $G(q^2)$ , которые в системе Брейта (рис. 2) следующим образом определяются через матричные элементы электромагнитного тока [75]:

$$\langle \mathbf{q}/2, \lambda' = 0 | J_1(0) | -\mathbf{q}/2, \lambda = 1 \rangle = (q/\sqrt{2}E) G(q^2); \quad (94)$$

$$\langle \mathbf{q}/2, \lambda' = -1 | J_0(0) | -\mathbf{q}/2, \lambda = 1 \rangle = F_1(q^2); \quad (95)$$

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{q}/2, \lambda' = 0 | J_0(0) | -\mathbf{q}/2, \lambda = 0 \rangle &= \\ &= F_1(q^2) + (q^2/2M^2) [F_1(q^2) + \\ &+ (1 + q^2/4M^2) F_2(q^2) - \\ &- 2(1 + q^2/4M^2) G(q^2)], \end{aligned} \quad (96)$$

где  $\lambda$ ,  $\lambda'$  — поляризации дейтрана;  $m$  — масса нуклона;  $M$  — масса дейтрана. Зарядовый  $F_C(q^2)$ , квадрупольный  $F_Q(q^2)$

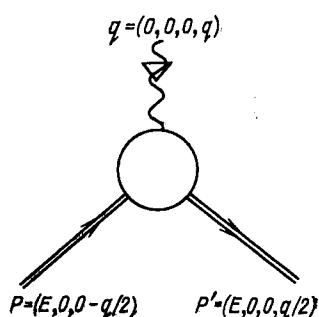


Рис. 2. Кинематика упругого электрон-дейтранового рассеяния в системе Брейта

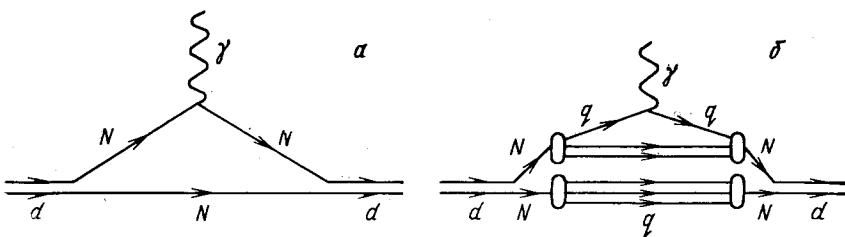


Рис. 3. Импульсное приближение на нуклонном (а) и кварковом (б) «языках»

и магнитный  $F_M(q^2)$  формфакторы выражаются через формфакторы  $F_1(q^2)$ ,  $F_2(q^2)$  и  $G(q^2)$ :

$$F_C = F_1 + \frac{q^2}{6M^2} [F_1 + (1 + q^2/4M^2) F_2 - 2(1 + q^2/4M^2) G]; \quad (97)$$

$$F_a = F_1 + (1 + q^2/4M^2) F_2 - 2(1 + q^2/4M^2) G; \quad (98)$$

$$F_M = G. \quad (99)$$

Если электроны и дейtronы не поляризованы, то дифференциальное сечение упругого  $ed$ -рассеяния следующим образом выражается через квадраты формфакторов  $F_C$ ,  $F_Q$  и  $F_M$ :

$$(d\sigma/d\Omega_{LAB}) = (d\sigma_{Mott}/d\Omega_{LAB}) \{A(q^2) + B(q^2) \tan^2 \theta/2\}, \quad (100)$$

где

$$A(q^2) = F_C^2 + \frac{q^4}{18M^4} F_Q^2 + \frac{q^2}{6m^2} (1 + q^2/4M^2) F_M^2; \quad (101)$$

$$B(q^2) = \frac{q^2}{3m^2} (1 + q^2/4M^2)^2 F_M^2 \quad (102)$$

и  $\theta$  — угол рассеяния электрона в лабораторной системе.

В импульсном (рис. 3) нерелятивистском приближении

$$F_C(q^2) = F(q^2) [L(q^2) + 8K(q^2)]; \quad (103)$$

$$F_Q(q^2) = 12F(q^2) (M^2/q^2) [M(q^2) - R(q^2)]; \quad (104)$$

$$F_M(q^2) = F(q^2) \{(\mu_p + \mu_n) [L(q^2) - 4K(q^2) + 2M(q^2) + R(q^2)] + R(q^2) + 6K(q^2) + 3M(q^2)\}, \quad (105)$$

где  $F(q^2)$  — электрический формфактор протона. При этом полагалось, что для электромагнитных формфакторов нуклонов выполняются соотношения:

$$G_E^p(q^2) \equiv F(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(q^2)}{\mu_n}; \quad G_E^n(q^2) = 0. \quad (106)$$

Для электрического формфактора протона можно использовать или эмпирическую дипольную подгонку

$$F(q^2) = (1 + q^2/0,71 [(\text{ГэВ}/c)^2])^{-2}, \quad (107)$$

или выражение, следующее из релятивистской осцилляторной кварковой модели [52, 55]:

$$F(q^2) = (1 + q^2/m_\rho^2)^{-1} (1 + q^2/4m^2)^{-1} \exp \left\{ -q^2/[3\sqrt{2}\omega(1 + q^2/4m^2)] \right\}. \quad (108)$$

В (103)–(105) функции  $L(q^2)$ ,  $K(q^2)$ ,  $M(q^2)$  и  $R(q^2)$  следующим образом выражаются через радиальные части  $S$  и  $D$  волновых функций дейтрана:

$$L(q^2) = \int_0^\infty dr j_0(rq) u^2(r); \quad (109)$$

$$K(q^2) = \frac{1}{8} \int_0^\infty dr j_0(rq) w^2(r); \quad (110)$$

$$M(q^2) = \frac{1}{4} \int_0^\infty dr j_2(rq) w^2(r); \quad (111)$$

$$R(q^2) = \sqrt{\frac{1}{2}} \int_0^\infty dr j_2(rq) w(r) u(r). \quad (112)$$

В настоящее время нет данных по измерению всех трех электромагнитных формфакторов дейтрана. Дело в том, что согласно (100) в экспериментах с неполяризованными электронами и дейтранами измеряют только их комбинацию  $A(q^2)$  и магнитный формфактор, который однозначно определяется функцией  $B(q^2)$ .

Величина  $A(q^2)$  измерена [10] вплоть до значений  $q^2 = 4$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ ). Имеются также предварительные данные [14] по ее «косвенному» измерению при  $q^2 = 6$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ ) и  $8$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ ). Поведение функции  $A(q^2)$  в области  $q^2 < 1,5$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ ) хорошо описывается нерелятивистским импульсным приближением (103)–(105). При больших значениях  $q^2$  теоретические оценки сильно зависят как от выбора  $NN$ -потенциала, так и от параметризации электромагнитных формфакторов нуклонов [76].

В некоторых работах [77, 78] были учтены различные релятивистские эффекты. При этом удается описать данные по  $A(q^2)$  до  $q^2 \approx 4$  ( $\text{ГэВ}/c^2$ ) только при весьма специфическом выборе формфакторов нуклонов.

**Электромагнитные формфакторы дейтрана в гибридной модели.** В гибридной модели электромагнитные формфакторы дейтрана вычислялись в [60, 78–83]. В [60] расчет был произведен в рамках релятивистской трехмерной осцилляторной кварковой модели. Для этого использовали релятивистские матричные элементы электро-

магнитного тока типа (71), которые в системе Брейта принимают вид

$$\begin{aligned} \langle -\mathbf{P}|J_\mu(0)|\mathbf{P}\rangle = & 6 \left(\frac{M}{E}\right)^5 \int \delta\left(\frac{P_p}{M}\right) \delta\left(\frac{P'p'}{M}\right) \delta\left(\frac{P\xi}{M}\right) \delta\left(\frac{P'\xi'}{M}\right) \times \\ & \times \delta\left(\frac{P\eta}{M}\right) \delta\left(\frac{P'\eta'}{M}\right) \delta\left(\frac{P\mu}{M}\right) \delta\left(\frac{P'\mu'}{M}\right) \delta\left(\frac{P\nu}{M}\right) \delta\left(\frac{P'\nu'}{M}\right) \times \\ & \times \prod_{j=2}^6 \delta(p^{(j)} - p'^{(j)}) \bar{\Psi}_D(p', \tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}) \Gamma_\mu^\alpha \Psi_D(p, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}) \times \\ & \times d^4p d^4p' d^4\tilde{\xi} d^4\tilde{\xi}' d^4\tilde{\eta} d^4\tilde{\eta}' d^4\tilde{\mu} d^4\tilde{\mu}' d^4\tilde{\nu} d^4\tilde{\nu}', \end{aligned} \quad (113)$$

где  $\mathbf{P} = (0, 0, -q/2)$ ;  $E = \sqrt{M^2 + P^2}$ ;  $p, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}$  и  $p', \tilde{\xi}', \tilde{\eta}', \tilde{\mu}', \tilde{\nu}'$  — канонически сопряженные величины к относительным координатам;  $\Psi_D$  — волновая функция (75) гибридной модели в импульсном представлении.

Из (113) следует

$$\begin{aligned} \langle -\mathbf{P}|J_\mu(0)|\mathbf{P}\rangle = & \alpha^2 \langle -\mathbf{P}; np|J_\mu(0)|\mathbf{P}; np\rangle + \\ & + \beta^2 \langle -\mathbf{P}; 6q|J_\mu(0)|\mathbf{P}; 6q\rangle + \text{интерференционный член}. \end{aligned} \quad (114)$$

Первый член в (114) представляет вклад в матричный элемент от *прокомпоненты* волновой функции и соответствует диаграмме рис. 3, б. В области до  $q^2 \approx 1,5$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup> он практически совпадает с нерелятивистским матричным элементом, приведенным выше, с электромагнитными формфакторами нуклонов в параметризации (106)–(108); отличие нерелятивистского матричного элемента от нерелятивистского пропорционального членам порядка  $q^2/4M^2$  (см. ниже). Второй член в (114) представляет вклад в матричный элемент электромагнитного тока дейтрана от *бq-компоненты* волновой функции дейтрана и соответствует диаграмме рис. 4. В дальнейшем именно он и будет нас интересовать. Интерференционный член оказывается сильно зависимым от выбора *pr*-волновой функции. Для волновых функций с жестким [63–65] и даже с мягким кором [65, 68] он ввиду приближенной ортогональности *pr*- и б*q*-волновых функций дает пренебрежимо малый вклад в формфакторы дейтрана [60, 82]. Поэтому далее им будем пренебрегать.

Итак, рассмотрим вклад б*q*-компоненты волновой функции в матричный эле-

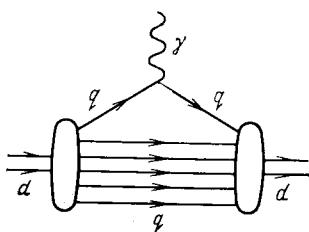


Рис. 4. Рассеяние виртуального фотона на б*q*-компоненте дейтрана

мент. В результате интегрирования имеем

$$\langle -\mathbf{P}; \mathbf{6q}|J_\mu(0)|\mathbf{P}; \mathbf{6q}\rangle = 6 \left(\frac{M}{E}\right)^{15} \int \bar{\phi}_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}) \times \\ \times \Gamma_{\mu}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\xi}) \phi_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}, \tilde{\mu}, \tilde{\nu}) d\mathbf{p} d\tilde{\xi} d\tilde{\eta} d\tilde{\mu} d\tilde{\nu}, \quad (115)$$

где  $\phi_{6q}(\mathbf{p}, \dots, \tilde{\nu})$  и  $\phi_{6q}(\mathbf{p}', \dots, \tilde{\nu}')$  получаются из релятивистских волновых функций  $\Psi_{6q}(p, \dots, \tilde{\nu})$  и  $\Psi_{6q}(p', \dots, \tilde{\nu}')$  наложением на нулевые компоненты относительных 4-импульсов условий МЮ

$$p_0 = P_3 p_3/E; \quad \tilde{\xi}_0 = P_3 \tilde{\xi}_3/E, \dots; \quad \tilde{\nu}_0 = P_3 \tilde{\nu}_3/E; \quad (116)$$

$$p'_0 = -P_3 p'_3/E; \quad \tilde{\xi}'_0 = -P_3 \tilde{\xi}'_3/E, \dots; \quad \tilde{\nu}'_0 = -P_3 \tilde{\nu}'_3/E. \quad (117)$$

Причем

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p} + \mathbf{P}; \quad (118)$$

$$\tilde{\xi}' = \tilde{\xi} + 4\mathbf{P}; \quad (119)$$

$$\tilde{\mu}' = \tilde{\mu}; \quad \tilde{\eta}' = \tilde{\eta}; \quad \tilde{\nu}' = \tilde{\nu}. \quad (120)$$

Оператор тока  $\Gamma_{\mu}^{(1)}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \tilde{\xi})$  получается наложением ограничений (116)–(119) на оператор тока  $\Gamma_{\mu}^{(1)}(p^{(1)}, p'^{(1)})$ , который следует из минимального включения электромагнитных взаимодействий в уравнении гармонического осциллятора [53, 55]:

$$\Gamma_{\mu}^{(1)}(p^{(1)}, p'^{(1)}) = (3/M) Q^{(1)} (\hat{p}'^{(1)} \gamma_{\mu}^{(1)} + \gamma_{\mu}^{(1)} \hat{p}^{(1)}). \quad (121)$$

Здесь множитель  $3/M$  выбран из условия равенства при  $q^2 = 0$  нулевой компоненты электромагнитного тока (115) заряду дейтрона, иными словами, равенства зарядового формфактора, определяемого (94) и (95), заряду дейтрона при  $q^2 = 0$ .

Действительно, в силу условий Баргмана — Вигнера (в отличие от (33) их будет в данном случае не два, а шесть):

$$(P\gamma^{(1)} - M) \phi_{6q}(\dots) = (P\gamma^{(2)} - M) \phi_{6q}(\dots) = \dots$$

$$\dots = (P\gamma^{(6)} - M) \phi_{6q}(\dots) = 0 \quad (122)$$

спиноры при  $q^2 = 0$ , т. е. при  $\mathbf{P} = \mathbf{P}' = 0$ , имеют только верхние компоненты. Тогда среднее от оператора  $\Gamma_0^{(1)}(0, \mathbf{p}, \tilde{\xi})$  по  $6q$ -волновым функциям будет

$$\begin{aligned} & \bar{\phi}_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \dots, \tilde{\nu}) \Gamma_0^{(1)}(0, \mathbf{p}, \tilde{\xi}) \phi_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \dots, \tilde{\nu}) = \\ & = (3/M) \phi_{6q}^*(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \dots, \tilde{\nu}) \phi_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \dots, \tilde{\nu}) (p_0^{(1)} + p_0'^{(1)}) \times \\ & \times \langle 6q; C_2 = 0, j = 1, j_3; T = 0 | \hat{Q}^{(1)} | 6q; C_2 = 0, j = 1, j_3; T = 0 \rangle, \end{aligned} \quad (123)$$

где  $\phi_{6q}(\dots)$  — орбитальная;  $| 6q; C_2 = 0, j = 1, j_3; T = 0 \rangle$  — спин-изоспиновая цветовая части  $6q$ -волновой функции. В результате (118) и условий МЮ

(116) и (117)  $p_0^{(1)} + p_0'^{(2)} = M/3$  при  $q^2 = 0$ . Среднее от оператора  $\hat{Q}^{(1)}$  по спин-изоспиновой-цветовой волновой функции в силу полной антисимметрии последней относительно перестановок любой пары夸克ов равно  $1/6$  заряда дейтранона. Подставляя (123) в (117), получаем в результате нормировки орбитальных волновых функций требуемое равенство.

Ввиду ограничений (116) — (120) для начального и конечного состояний имеем:

$$\phi_{6q}(\mathbf{p}, \tilde{\xi}, \dots, \tilde{\mathbf{v}}) = \tilde{N}_6 \exp \left\{ -\frac{1}{12\omega} \left[ 4 \frac{M^2}{E^2} p_3^2 + 4\mathbf{p}_\perp^2 + \frac{M^2}{E^2} \tilde{\xi}_3^2 + \tilde{\xi}_\perp^2 + \dots + \frac{M^2}{E^2} \tilde{\mathbf{v}}_3^2 + \tilde{\mathbf{v}}_\perp^2 \right] \right\}; \quad (124)$$

$$\phi_{6q}(\mathbf{p}', \tilde{\xi}', \dots, \tilde{\mathbf{v}}') = \tilde{N}_6 \exp \left\{ -\frac{1}{12\omega} \left[ 4 \frac{M^2}{E^2} (p_3 - q/2)^2 + 4\mathbf{p}_\perp^2 + \frac{M^2}{E^2} (\tilde{\xi}_3 - 2q)^2 + \tilde{\xi}_\perp^2 + \frac{M^2}{E^2} \tilde{\eta}_3^2 + \tilde{\eta}_\perp^2 + \dots + \frac{M^2}{E^2} \tilde{\mathbf{v}}_3^2 + \tilde{\mathbf{v}}_\perp^2 \right] \right\}, \quad (125)$$

где  $\tilde{N}_6 = 2\sqrt{2}(1/6\omega\pi)^{15/4}$ .

Интегрируя по всем переменным за исключением  $p_3$  и  $\tilde{\xi}_3$  и производя замену переменных  $x = (M/E)p_3$  и  $y = (M/E)\tilde{\xi}_3$ , получаем для матричного элемента (115) выражение

$$\langle \mathbf{q}/2; 6q | J_\mu(0) | -\mathbf{q}/2; 6q \rangle = 6(1+q^2/4M^2)^{-5} 2 \left( \frac{1}{6\omega\pi} \right) \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \times$$

$$\times \exp \left\{ -\frac{1}{12\omega} [4x^2 + 4(x-q/2)\sqrt{1+q^2/4M^2})^2 + y^2 + (y^2 - 2q/\sqrt{1+q^2/4M^2})^2] \right\} \langle 6q; C_2 = 0; j = 1, j'_3; T = 0 \rangle. \quad (126)$$

При этом можно показать, что в результате градиентной инвариантности и с учетом условия Баргмана — Вигнера оператор тока не будет зависеть от относительных夸克овых импульсов.

Видно, что в матричном элементе (126) учет релятивизма привел, во-первых, к возникновению у матричного элемента множителя  $(1+q^2/4M^2)^{-5}$ , который обеспечивает убывание формфакторов, согласующееся с правилами夸克ового счета [20, 21], и, во-вторых, к лоренцеву сжатию аргумента у нерелятивистского формфактора ( $q \rightarrow q/\sqrt{1+q^2/4M^2}$ ). Можно также показать [60], что это имеет место и для более широкого класса волновых функций.

Вычисляя матричные элементы (126) для переходов (94) — (96) и используя определения (97) — (99), получаем для зарядового, ква-

дупольного и магнитного формфакторов  $bq$ -системы:

$$F_C^{(6q)}(q^2) = (1 + q^2/4M^2)^{-5} \exp \left[ -\frac{5}{24\omega} \frac{q^2}{1 + q^2/4M^2} \right]; \quad (127)$$

$$F_Q^{(6q)}(q^2) = 0; \quad (128)$$

$$F_M^{(6q)}(q^2) = \mu_{6q} F_C^{(6q)}(q^2); \quad (129)$$

$$\mu_{6q} = 1 — ядерный магнетон. \quad (130)$$

В [52, 55] было показано, что описание данных по электромагнитным и слабым формфакторам нуклонов и данных по сечениям электророждения и слабого рождения резонансов значительно улучшается, если использовать «векторную доминантность». В данном случае она сводится к тому, что один из сомножителей перед формфакторами (127) и (130):

$$(1 + q^2/4M^2)^{-1} \rightarrow (1 + q^2/m_\rho^2)^{-1}. \quad (131)$$

Оказывается [60], что эта процедура также значительно улучшает согласие гибридной модели с экспериментом.

**Сравнение гибридной модели с данными по электромагнитным формфакторам дейтрона.** Согласно (115) для формфакторов дейтрона имеет место разложение

$$F_i(q^2) = (1 - \beta^2) F_i^{(np)}(q^2) + \beta^2 F_i^{(6q)}(q^2), \quad (132)$$

где  $i = C, Q, M$ . В (132) пренебрегали вкладами интерференционных формфакторов. Чтобы вычислить формфакторы  $np$ -системы  $F_i^{(np)}(q^2)$ , необходимо использовать импульсное приближение, приведенное выше. Формфакторы  $bq$ -системы  $F_i^{(6q)}(q^2)$  определены в (127)–(131). Ввиду очевидных физических причин параметр  $\beta$ , который определяет вероятность обнаружения  $bq$ -компоненты в дейтроне, должен быть значительно меньше единицы. Значит, при сравнительно небольших значениях  $q^2$  поведение формфакторов должно целиком определяться импульсным приближением. Как уже говорилось, оно действительно хорошо описывает поведение функции  $A(q^2)$  в области  $q^2 < 1,5$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup>. Оно также удовлетворительно описывает поведение магнитного формфактора в области до  $q^2 \approx 0,6$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup>. При больших значениях  $q^2$  вклад  $bq$ -компоненты существен.

Модель содержит два неизвестных параметра: параметр осцилляторного потенциала  $\omega$  и вероятность  $\beta^2$  обнаружить  $bq$ -состояние в дейтроне. Их значения определяют из подгонки данных при больших  $q^2$ :  $\omega = 8,5 \text{ фм}^{-2}$ ,  $\beta^2 = 0,025$ . Значение  $\omega$  близко к значению, полученному из подгонки электромагнитных формфакторов нуклонов [52],  $\omega = 7,9 \text{ фм}^{-2}$ .

Вклады различных механизмов в зарядовый формфактор дейтрона приведены на рис. 5. Во всех некварковых подходах (импульсное приближение, обменные токи [84] и др.) в результате наличия кора у  $NN$ -потенциала зарядовый формфактор меняет знак в области

$q^2 \approx 0,6$  ( $\text{ГэВ}/c$ ) $^2$ . В гибридной модели область кора «занята»  $bq$ -фазой. В результате в этой модели  $F_C(q^2)$  не меняет своего знака [62]. Экспериментальное исследование подобного факта должно было быть важной качественной проверкой гипотезы о  $bq$ -приходе дейтрона на малых расстояниях.

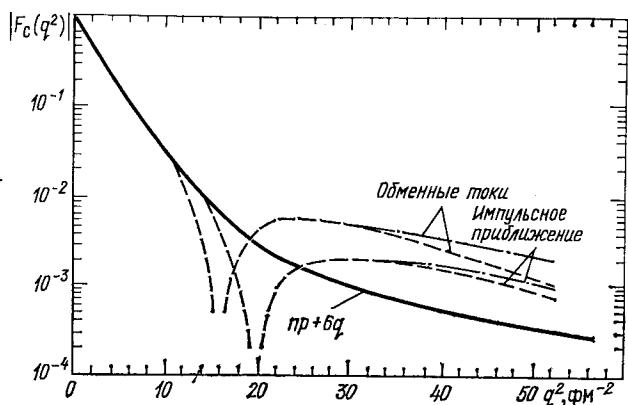


Рис. 5. Зарядовый формфактор дейтрона в гибридной модели [60], в импульсном приближении и в модели с обменными токами [84]: штриховые кривые соответствуют подгонке [85] для формфакторов нуклонов; штрих-пунктирные — дипольной подгонке

На рис. 6 результаты расчета функции  $A(q^2)$  по гибридной модели сравниваются с экспериментом. Релятивизация [77] потенциала Рейда с жестким кором (штрих-пунктирная линия на рис. 6) не может объяснить экспериментально обнаруженное поведение  $A(q^2)$  при  $q^2 > 1,5$  ( $\text{ГэВ}/c$ ) $^2$ . Уже отмечалось, что с помощью расчетов такого рода удается достичь согласия с экспериментом при  $q^2 \approx 4$  ( $\text{ГэВ}/c$ ) $^2$ , только используя специфическое поведение электрического формфактора нейтрона [77, 78]. В то же время гибридная модель достаточно хорошо описывает поведение  $A(q^2)$  во всей измеренной области. Кроме того, следует отметить, что релятивистские расчеты без учета  $bq$ -компоненты дейтрона противоречат «косвенным» измерениям  $A(q^2)$  (штриховая линия на рис. 6) [14], в то время как расчеты по гибридной модели хорошо с ними согласуются. Предсказания гибридной модели достаточно устойчивы к выбору как ядерного потенциала, так и формфакторов нуклонов. Это связано с тем, что разные потенциалы и подгонки для формфакторов нуклонов приводят к существенным различиям в поведении формфакторов  $pr$ -состояния только при сравнительно больших  $q^2$ , т. е. в той области, где поведение формфакторов дейтрона в основном определяется  $bq$ -компонентой.

Сравнение с экспериментом [12] результатов расчетов функции  $B(q^2)$  приведено на рис. 7. В области  $q^2 \leqslant 1$  ( $\text{ГэВ}/c$ ) $^2$  независимо от

того, какая из подгонок для формфакторов нуклонов выбирается — следующая из релятивистской осцилляторной кварковой модели или обычная дипольная, результаты практически не отличаются друг от друга. Следует особо отметить, что разные модели, используемые для описания электромагнитных формфакторов дейtronов,

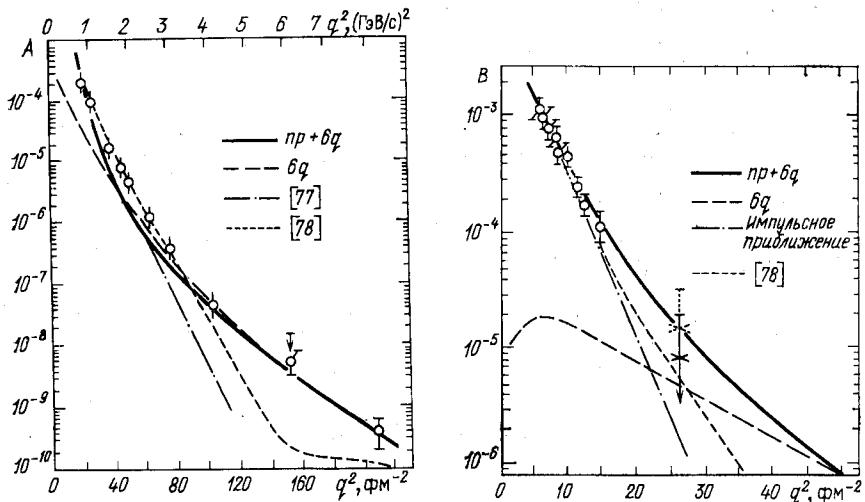


Рис. 6. Функция  $A(q^2)$  в гибридной модели [60] (сплошная линия) и в импульсном приближении с релятивизированной волновой функцией Рейда [77] (штриховая линия):  
○—из [14]

Рис. 7. Функция  $B(q^2)$  в гибридной модели:  
экспериментальные точки ○— из [86];  
×— из [12] (×— с учетом результата работ [86, 87])

приводят к существенно разным результатам для магнитного формфактора уже при  $q^2 \approx 1$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup>.

Расчет магнитного формфактора, основанный на гибридной волновой функции дейтрона в рамках модели MIT-мешка, выполнен в [83]. Там же обсуждено сравнение предсказаний гибридной модели и модели с обменными токами по магнитному формфактору дейтрона.

В [79] поведение  $A(q^2)$  в области  $q^2 > 0,8$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup> было описано с помощью формул

$$A(q^2) = F_D^2(q^2); \quad (133)$$

$$F_D(q^2) = |\beta|^2 (1 + q^2/2M_D^2)^{-5} \exp \left\{ -\frac{5}{4\alpha_D} \frac{q^2}{1 + q^2/2M_D^2} \right\}, \quad (134)$$

которые следуют из релятивистской четырехмерной осцилляторной кварковой модели со скалярными кварками. При этом  $\alpha_D$ , т. е. параметр, определяющий размер  $bq$ -состояния, находили из данных по упругим электромагнитным формфакторам нуклонов [ $\alpha_D = 1,4$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup>], а  $|\beta|^2$  и «массу возможного дейтронного мультиплета»  $M_D$  считали подгоночными:  $\beta^2 = 0,07$ ,  $M_D = 1,2$   $\text{ГэВ}/c^2$ .

Таким образом,  $M_D$  существенно меньше массы дейтрона. Нам кажется, что такое значение  $M_D$  не может считаться физически достаточно оправданным. Отметим, что, например, модель мешка предсказывает [59] массу  $s$ -волновой  $bq$ -системы с квантовыми числами дейтрона на 270 МэВ/ $c^2$  выше массы дейтрона.

В [80] были рассчитаны электромагнитные формфакторы для  $s^6$ -конфигурации в рамках схемы минимального буста (см. разд. 1). При этом соотношение (129) между магнитным и зарядовым формфакторами остается прежним, но выражение для зарядового формфактора меняется:

$$F_C^{(6q)}(q^2) = (1 + 7q^2/4M_D^2)(1 + q^2/2M_D^2)^{-6} \exp\left\{-\frac{5}{24\omega}q^2/(1 + q^2/2M_D^2)\right\}. \quad (135)$$

Так как масса возможного дейтронного мультиплета  $M_D$  отличается от массы  $M$  реального дейтрона, значение магнитного момента  $bq$ -системы становится равным не одному ядерному магнитному, как это получается в подходе, основанном на уравнениях Баргмана — Вигнера, а увеличивается в  $M/M_D$  раз. Квадрупольный момент  $bq$ -системы вследствие того, что рассматривалось только  $s$ -волновое  $bq$ -состояние, остается равным нулю. Из подгонки к экспериментальным данным были получены значения параметров модели  $|\beta|^2 = 0,05$ ,  $M_D = -1,3$  ГэВ/ $c^2$ ,  $\omega = 4,58$  фм $^{-2}$ .

**Обменные формфакторы дейтрона.** Стого говоря,  $pr$ -волновая функция, рассмотренная выше, должна быть антисимметризована относительно перестановок всех пар夸克ов, входящих в разные нуклоны:

$$|np\rangle \rightarrow \hat{A} |np\rangle, \quad (136)$$

где

$$\hat{A} = \sqrt{\frac{1}{10}} \left( \mathbb{1} - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=4}^6 P_{ij} \right); \quad (137)$$

$P_{ij}$  — оператор перестановки夸克ов  $i$  и  $j$ .

Учет антисимметризации  $|np\rangle$  волновой функции должен приводить к дополнительным членам в разложении (132) формфакторов дейтронов. Вследствие действия антисимметризатора  $\hat{A}$  на  $pr$ -волновую функцию помимо диаграмм рис. 3, б и 4 возникают так называемые *обменные диаграммы* [82, 88], приведенные на рис. 8.

В [82] в рамках нерелятивистских вычислений был оценен вклад в формфакторы дейтрона от обменных диаграмм. На рис. 9 приведены результаты вычислений отношения

$$R = [(F_C^{np} + F_C^{exc})^2 + (F_Q^{np} + F_Q^{exc})^2]/(F_C^{(np)^2} + F_Q^{(np)^2}), \quad (138)$$

где  $F_i^{exc}$  — обменный формфактор, т. е. формфактор, соответствующий сумме всех обменных диаграмм. Из рисунка видно, что, во-первых, учет эффектов антисимметризации (137) приводит к изменениям вклада в формфакторы от  $pr$ -компонент дейтрона в области  $q^2 \leq 6$  (ГэВ/ $c^2$ ), не превышающим 10 %. В той области, где вклад  $pr$ -компонент доминирует [ $q^2 \leq 1,5$  (ГэВ/ $c^2$ )], вклад обменного формфактора составляет всего несколько процентов. Во-вторых, вклад от обменного формфактора сильно зависит от выбора  $pr$ -волновой функции.

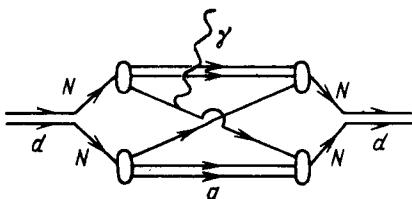


Рис. 8. Обменная кварковая диаграмма

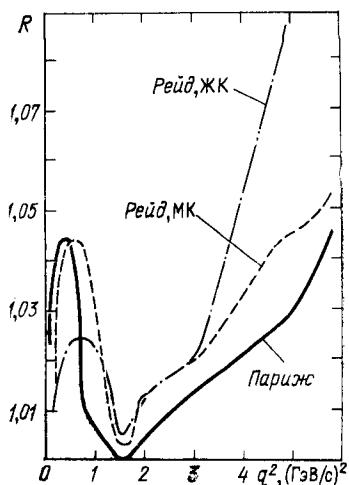


Рис. 9. Вклад обменных формфакторов в перерелятивистском приближении в сечение упругого  $ed$ -рассеяния без учета  $bq$ -компоненты [82]

В отличие от расчетов формфакторов дейтрона в рамках гибридной модели в [88] разбивалась не волновая функция дейтрона на две компоненты, а лишь электромагнитный ток нейтрона на прямую и обменную части в соответствии с действием антисимметризатора (137). Далее рассматривали разложение обменного вклада по  $bq$ -состояниям. При этом вклад, соответствующий импульсному приближению по нуклонам, вычитался из разложений по  $bq$ -конфигурациям. Использовались волновые функции трансляционно-инвариантной модели оболочек [89]. При этом для описания обменного тока можно ограничиться рассмотрением только двух уровней, соответствующих главному квантовому числу  $n = 0$  и  $2$ . Проделанные в [88] вычисления показывают, что вклады обменных формфакторов, соответствующие  $s^6$ - и  $s^4 p^2$ -конфигурациям, взаимно сокращаются, что приводит к пренебрежимо малому вкладу обменных формфакторов в функцию  $A(q^2)$ . Однако при небольшом резонансном усилении одного из  $bq$ -состояний роль нескомпенсированных вкладов должна резко возрастать. Таким образом, остаются в силе основные выводы гибридной модели для волновой функции дейтрона об определяющей роли  $bq$ -компоненты в поведении электромагнитных формфакторов дейтрона при больших переданных импульсах.

**Фоторасщепление, электрорасщепление дейтрона и сходные с ними реакции при промежуточных и низких энергиях.** Вполне возможно, что в ряде процессов мультикварковые степени свободы ядра могут проявиться и при промежуточных или даже при низких энергиях. К такого рода процессам могут относиться процессы фото- и электрорасщепления дейтрона. Так, на примере сходной с ними реакции радиационного захвата протонов тепловыми нейтронами отмечалось [22], что  $bq$ -конфигурации должны приводить к значительному уси-

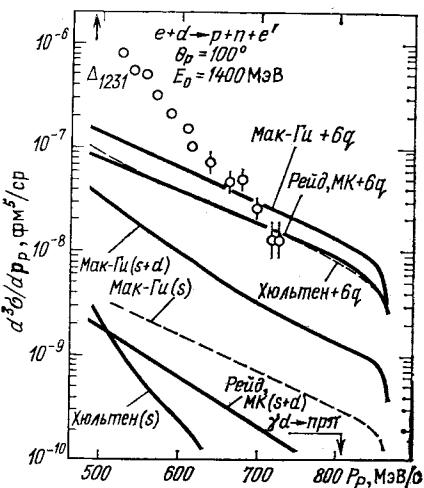


Рис. 10. Сечение электрорасщепления дейтрана в гибридной модели. Выбран 2%-ный  $b\bar{q}$ -вклад в волновую функцию дейтрана

лению  $P$ -нечетных вкладов в  $NN$ -взаимодействие. Помимо рассмотренной в этой работе  $s^6$ -конфигурации у дейтрана в [90] было обсуждено подобное явление с учетом двух конфигураций  $s^6$  и  $s^4p^2$ .

Анализируя данные по полным сечениям фоторасщепления дейтрана при  $E_\gamma \leq 100$  МэВ, в [91] были сделаны выводы о необходимости введения нового ненуклонного состояния,  $E1$ -вклад которого должен не-

когерентно складываться с вкладом импульсного приближения. Однако следует отметить, что существуют весьма серьезные возражения [92] против приводимых в [91] аргументов для такого вывода.

Процесс электрорасщепления дейтрана назад был изучен в [83].  $b\bar{q}$ -Компонента дейтрана была описана в рамках оболочечной модели. Для определения квартковых волновых функций использовали модель MIT-мешка. Учитывали три конфигурации в дейтране  $s^6$ ,  $s^4p^2$  и  $s^5d^1$ . Показано, что в электрорасщеплении на  $180^\circ$  в области  $q^2$  от  $0,4$  ( $\text{ГэВ}/c$ ) $^2$  и выше следует ожидать заметное влияние мультиквартковых вкладов в сечение по сравнению с импульсным приближением и с вкладами пионного и парного токов.

В [93, 94] изучено влияние  $b\bar{q}$ -компонент дейтрана на сечение инклузивного процесса



с протоном, вылетающим в заднюю полусферу в области квазиупругого расщепления. Иными словами, было изучено сечение реакции электродезинтеграции дейтрана, проинтегрированное по углам рассеянного электрона.

Результаты нерелятивистских расчетов сечения этого процесса приведены на рис. 10. Видно, что без учета  $b\bar{q}$ -компоненты результаты расчета сильно зависят от выбора феноменологической  $pr$ -волновой функции. В то же время учет лишь 2%  $b\bar{q}$ -примеси сильно «сглаживает» различие между результатами расчетов с разными  $pr$ -волновыми функциями. Видно также, что вклад  $b\bar{q}$ -компоненты является доминирующим при импульсах протонов  $p \geq 2,5 \text{ fm}^{-1}$  (энергию начального электрона выбирали равной 1,4 ГэВ,  $\theta_p = 100^\circ$ ). Экспериментальные точки на рис. 10 — результат пересчета из процесса foto-

выбивания протонов из дейтронов. С возрастанием импульса протонов они ложатся на теоретическую кривую, полученную с учетом б<sub>d</sub>-компоненты дейтрана. Область реакции (139) от порога процесса  $yd \rightarrow rpl$  (на рис. 10 отмечен стрелкой) до кинематического предела совершенно не исследована экспериментально. При этом именно она представляет наибольший интерес, так как в ней может быть абсолютно «чисто» проведен расчет. Действительно, она обусловлена только процессом электродезинтеграции дейтрана и фрагментационные нуклоны в ней имеют относительный импульс порядка 1,5 ГэВ/с, т. е. в ней эффекты взаимодействия в конечном состоянии оказываются несущественными.

#### 4. ИЗУЧЕНИЕ КВАРКОВОЙ СТРУКТУРЫ ДЕЙТРАНА В ОПЫТАХ ПО ФРАГМЕНТАЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ДЕЙТРОНОВ

**Исследование процессов фрагментации релятивистских дейтранов на ядрах**

$$d + A \rightarrow p + X, \quad (140)$$

так же как и изучение *ed*-рассеяния при больших переданных импульсах, важно для выяснения природы высокомомпульсной компоненты дейтрана [15, 78, 95]. В этом разделе покажем, что данные по этому процессу могут явиться не только независимым, но и дополнительным по сравнению с данными по упругому *ed*-рассеянию источником информации о кварковой структуре дейтрана на малых расстояниях.

**Фрагментация неполяризованных дейтранов в протоны и гибридная модель волновой функции дейтрана.** Вопросы, связанные с процессом фрагментации дейтрана на ядрах, были рассмотрены в некоторых работах [78, 95—97]. Бертокки и Трелеани [96] развили подход к описанию этой реакции в рамках теории Ситенко — Глаубера без учета мультикварковых степеней свободы. Оказалось, что в рамках такой модели можно достаточно успешно описать данные в области небольших (порядка 1—2°) углов вылетевших протонов и при значениях продольного импульса протона в системе покоя дейтрана  $p_{||}^* \lesssim 200$  МэВ/с. Авторы исходили из допущения, что сечение  $d \rightarrow p$  фрагментации представляет собой сумму сечений дезинтеграции дейтрана на ядре ( $d + A \rightarrow p + n + A'$ ) и сечения поглощения нейтрана ядром [ $d + A \rightarrow p + (n + X) + A'$ ]. Считалось, что волновая функция разбитого дейтрана  $d'$  представляет собой плоскую волну, перенормированную на коэффициент  $C_d$ , который эффективно учитывает неортогональность волновых функций  $d$  и  $d'$ . Он определяется так, чтобы выделить из всех процессов, происходящих от столкновения дейтрана с ядром, только те, которые идут с развалом дейтрана:

$$C_d \approx (\sigma_{dA}^T - \sigma_{dA}^{el})/\sigma_{dA}^T = \sigma_{dA}^{in}/\sigma_{dA}^T, \quad (141)$$

где  $\sigma_{dA}^T$  — полное сечение рассеяния дейтрона на ядре;  $\sigma_{dA}^{el}$  — сумма когерентного и некогерентного упругих сечений \*.

Инвариантное сечение выхода протонов в реакции (140) в модели Бертокки — Трелеани имеет вид

$$\begin{aligned} E_p \frac{d^3\sigma}{d\mathbf{p}} = C_d & \left[ \phi^2(p_d; \mathbf{p}_T, p_{||}) \sigma_{NA}^T - 2\phi(p_d; \mathbf{p}_T, p_{||}) \times \right. \\ & \times \int d\mathbf{q}_T \phi(p_d; \mathbf{q}_T, p_{||}) \sigma_{NA}(\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_T) + \\ & \left. + \int d\mathbf{q}_T \phi^2(p_d; \mathbf{q}_T, p_{||}) \sigma_{NA}(\mathbf{p}_T - \mathbf{q}_T) \right], \end{aligned} \quad (142)$$

где  $\mathbf{p}_T$  и  $p_{||}$  — поперечная и продольная компоненты импульса протона;  $\sigma_{NA}^T$  — полное сечение рассеяния нуклона на ядре;  $\sigma_{NA}(\mathbf{q}_T)$  — дифференциальное сечение упругого рассеяния нуклона на ядре. Волновая функция  $\phi(p_d; \mathbf{p}_T, p_{||})$  нормирована условием

$$\int \frac{d\mathbf{p}}{E_p} |\phi(p_d; \mathbf{p}_T, p_{||})|^2 = 1; \quad E_p = \sqrt{m^2 + \mathbf{p}_T^2 + p_{||}^2}, \quad (143)$$

где  $m$  — масса нуклона.

По-видимому, наиболее последовательно описывать волновую функцию дейтрона в переменных светового фронта  $\mathbf{k}_{\perp}$  и  $\alpha$ , определенных в разд. 1. Если выбрать систему координат так, чтобы  $\mathbf{p}_d = (0, 0, p_d)$ , то переменные  $\mathbf{k}_{\perp}$  и  $\alpha$  следующим образом выражаются через импульсы протона и дейтрона \*\*:

$$\mathbf{k}_{\perp} = \mathbf{p}_T; \quad (144)$$

$$\alpha = (E_p + p_{||}) / (E_d + p_d). \quad (145)$$

Тогда согласно общим положениям релятивистской квантовой механики с фиксированным числом частиц релятивистская волновая функция [99]:

$$\Phi^2(\alpha, \mathbf{k}_{\perp}) = \sqrt{\frac{m^2 + \mathbf{k}_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)}} \Phi_{\text{non-rel}}^2 \left( \frac{m^2 + \mathbf{k}_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)} - m^2 \right); \quad (146)$$

$$\Phi_{\text{non-rel}}^2(\mathbf{k}^2) = u^2(\mathbf{k}^2) + w^2(\mathbf{k}^2). \quad (147)$$

При этом условие нормировки имеет вид

$$\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d\alpha}{\alpha(1-\alpha)} \int d\mathbf{k}_{\perp} \Phi^2(\alpha, \mathbf{k}_{\perp}) = 1. \quad (148)$$

\* В [97] была сделана попытка рассчитать сечение процесса (140) с ортогональными  $d$  и  $d'$  волновыми функциями. Однако сделать это удалось только в когерентном сечении. В результате расчет по формуле работы [97] уже в «тригонометрической» области  $p_{||} \approx p_d/2$  превышает экспериментальное сечение [98] на 30%.

\*\* Определенная таким образом  $\alpha$  отличается от  $\alpha$ , определенной в разд. 1 на 1/2:  $\alpha^{\text{нов}} = \alpha^{\text{стар}} + 1/2$ . Поэтому новая  $\alpha$  меняется в пределах от 0 до 1.

Подставляя (146) в (148), переходя в нем от переменной  $\alpha$  к переменной  $p_{\parallel}$  и сравнивая полученное условие нормировки с условием нормировки на функцию  $\phi(p_d; p_T, p_{\parallel})$  (143), получаем

$$\begin{aligned} \phi(p_d; p_T, p_{\parallel}) &= \\ = \frac{1}{2} (1-\alpha)^{-1} \left( \frac{m^2 + k_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)} \right)^{1/2} \Phi_{\text{non-rel}}^2 &\left( \frac{m^2 + k_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)} - m^2 \right). \quad (149) \end{aligned}$$

Можно ввести «нерелятивистский» импульс  $\mathbf{k} = (k_{\perp}, k_3)$  из условия, чтобы его квадрат был равен аргументу у волновой функции  $\Phi_{\text{non-rel}}$  в (149):

$$k_3 = (2\alpha - 1) \sqrt{(m^2 + k_{\perp}^2)/[4\alpha(1-\alpha)]}. \quad (150)$$

Этот импульс не совпадает с продольным импульсом протона в системе покоя дейтрона:

$$p_{\parallel}^* = (\alpha M^2 - m^2 - k_{\perp}^2)/2M\alpha. \quad (151)$$

Импульсы  $k_3$  и  $p_{\parallel}^*$  совпадают только в нерелятивистской области, т. е. когда  $p_{\parallel}^{*2} + p_T^2 \ll m^2$ .

При бесконечном импульсе падающего дейтрона максимальное значение  $(p_{\parallel}^*)_{\text{макс}} \approx (3m^2 - k_{\perp}^2)/4m$  соответствует бесконечному импульсу  $k_3$ . При этом  $\Phi_{\text{non-rel}}(k^2) \rightarrow 0$ , что обеспечивает динамическое обрезание сечения на границе фазового объема. Для более подробного ознакомления см. [78].

Упругое сечение  $NA$ -рассеяния хорошо аппроксимируется зависимостью

$$\sigma_{NA}(q_T) = (A/\pi) \exp(-Bq_T^2), \quad (152)$$

где  $B$  для ядер типа углерода приблизительно равно 65  $(\text{ГэВ}/c)^{-2}$ . Волновая функция дейтрона (149), как это следует из численных расчетов с различными феноменологическими волновыми функциями [62—66], в области  $\alpha \geq 0,6$  (далее эту область будем называть жесткой областью) не меняется значительно, если изменение поперечного импульса  $|\Delta k_{\perp}| \sim B^{-1/2}$ . В этом случае под интегралами в (142) гауссову функцию (152) можно заменить на  $\delta$ -функцию:

$$\sigma_{NA}(q_T) \approx \sigma_{NA}^{el} \delta(q_T); \quad \sigma_{NA}^{el} = A/B. \quad (153)$$

Тогда инвариантное сечение принимает чрезвычайно простой вид [95]

$$\begin{aligned} E_p \frac{d^3\sigma}{dp} &\approx \frac{1}{2} C_d \sigma_{NA}^{\text{in}} (1-\alpha)^{-1} \times \\ \times \sqrt{\frac{m^2 + k_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)}} \Phi_{\text{non-rel}}^2 &\left( \frac{m^2 + k_{\perp}^2}{4\alpha(1-\alpha)} - m^2 \right). \quad (154) \end{aligned}$$

Таким образом, в жесткой области поправки на перерассеяние сводятся к перенормировке сечения ( $\sigma_{NA}^T \rightarrow \sigma_{NA}^{\text{in}}$ ). Возникает возможность измерения волновой функции дейтрона.

Приближенная формула (154) модели Берточки — Трелеани, переформулированной в переменных светового фронта, оказывается очень похожа на формулу (11) работы [78].

В гибридной модели в состав дейтрана помимо двух нуклонов входят другие состояния. Тогда волновая функция  $\Phi_{\text{non-rel}}(\mathbf{k}^2)$ , входящая в (141) через (146), должна быть заменена на интеграл перекрытия гибридной волновой функции (74) и волновой функции несвязанного состояния

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{non-rel}}(\mathbf{k}^2) \rightarrow \varphi_{np}(\mathbf{k}^2) = & (1 - \beta^2)^{1/2} \Phi_{\text{non-rel}}(\mathbf{k}^2) + \beta \left( \frac{6!}{3!3!} \right)^{1/2} \times \\ & \times \int d\mathbf{r} d\mu d\nu d\eta d\xi (2\pi)^{-3/2} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) \times \\ & \times \hat{A}(\Psi_n^*(\xi, \eta) \Psi_p^*(\mu, \nu)) | 6q \rangle, \end{aligned} \quad (155)$$

где  $\hat{A}$  — антисимметризатор (137);  $\Psi_n(\xi, \eta)$ ,  $\Psi_p(\rho, \nu)$  и  $| 6q \rangle$  определены в разд. 2. Относительные координаты  $\mathbf{r}$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  определены согласно (76). Используя в качестве  $6q$ -компоненты дейтрана  $s^6$ -конфигурацию, получаем:

$$\varphi_{np}(\mathbf{k}^2) = (1 - \beta^2)^{1/2} \Phi_{\text{non-rel}}(\mathbf{k}^2) + \beta I \Phi_{6q}^{(np)}(\mathbf{k}^2); \quad (156)$$

$$\Phi_{6q}^{(np)}(\mathbf{k}^2) = \left( \frac{6!}{3!3!} \right)^{1/2} 2^{3/2} \left( \frac{2}{1 + \sqrt{2}} \right)^6 \left( \frac{2}{3\pi\omega} \right)^{3/4} \exp(-\mathbf{k}^2/3\omega). \quad (157)$$

Здесь  $I$  — перекрытие спин-изоспиновых цветовых волновых функций  $6q$ -компоненты и  $\Psi_n$  и  $\Psi_p$  (см. разд. 2). Иными словами, в (147) надо произвести замену:

$$u(\mathbf{k}^2) \rightarrow u_{np}(\mathbf{k}^2) = (1 - \beta^2)^{1/2} u(\mathbf{k}^2) + \beta I \Phi_{6q}^{(np)}(\mathbf{k}^2); \quad (158)$$

$$w(\mathbf{k}^2) \rightarrow (1 - \beta^2)^{1/2} w(\mathbf{k}^2). \quad (159)$$

То, что из экспериментов по фрагментации дейтранов в протоны можно получить более подробную информацию о квартковой структуре дейтрана, чем из экспериментов по упругому  $ed$ -рассеянию, видно уже при перелятивистском рассмотрении этих процессов. В упругом  $ed$ -рассеянии измеряется фурье-образ квадрата волновой функции (формфактор), а в экспериментах по фрагментации — квадрат фурье-образа. Поэтому если  $pr$ - и  $6q$ -компоненты ортогональны в координатном пространстве, то в формфакторы не будет входить интерференция между  $pr$ - и  $6q$ -вкладами. Действительно, как уже отмечалось в разд. 3, это подтверждается численными расчетами с реалистичными волновыми функциями  $pr$ -системы. В случае же  $d \rightarrow p$  фрагментации это не так — фурье-преобразование «перемешивает» области  $r > r_0$ , где существует  $pr$ -компонента, и  $r < r_0$ , где существует  $6q$ -компонента. Таким образом, вклады от фрагментаций  $pr$ - и  $6q$ -компонент в принципе могут складываться когерентно даже при условии ортогональности  $pr$ - и  $6q$ -волновых функций. Чтобы выяснить вопрос, когерентно или некогерентно складываются эти вклады,

можно ввести угол некогерентности  $\chi$ :

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{non-rel}}^2(\mathbf{k}^2) &\rightarrow (1 - \beta^2) \varphi_{\text{non-rel}}^2(\mathbf{k}^2) + \\ &+ \beta^2 I^2 [\varphi_{\delta q}^{np}(\mathbf{k}^2)]^2 + 2 \cos \chi \beta (1 - \beta^2)^{1/2} \times \\ &\times I \varphi_{\text{non-rel}}(\mathbf{k}^2) \varphi_{\delta q}^{np}(\mathbf{k}^2). \end{aligned} \quad (160)$$

Физическими могут считаться только значения  $\chi$ , равные 0,  $\pi$  (конструктивная и деструктивная интерференция), и  $\pi/2$  — некогерентное сложение вкладов от  $pr$ - и  $\delta q$ -компонент. Выбор угла  $\chi$  должен осуществляться из сравнения с экспериментальными данными.

**Сравнение предсказаний гибридной модели с экспериментом по  $d \rightarrow p$  фрагментации.** Измерение параметров гибридной модели. Экспериментальные исследования инклюзивных реакций типа (140) приведены в [15—17, 100, 101]. В [100] измеряли сечение выхода протонов на  $180^\circ$  в процессе столкновения протонов при импульсе 8, 9 ГэВ/с с дейtronами в области  $p_{||}^* > 250$  МэВ/с. В [101] было определено сечение реакции (140) на ряде мишней при импульсах падающего дейтрана 3,5 и

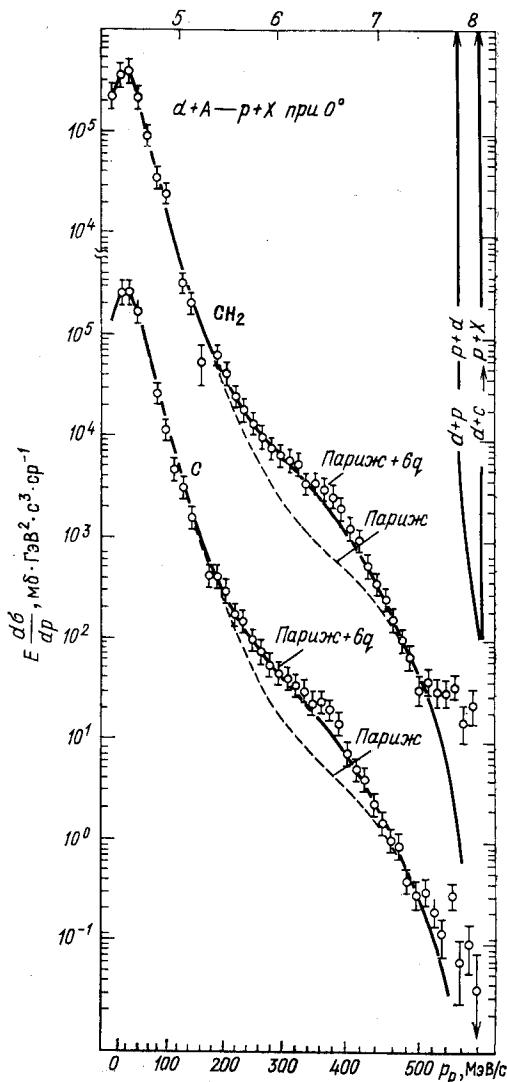


Рис. 11. Спектры фрагментации неполяризованных дейтронов в протоны при 8,9 ГэВ/с под нулевым углом вылета протонов на  $C$ - и  $CH_2$ -мишнях [15, 16]:

кривые соответствуют расчету по гибридной модели (сплошные линии) и расчету без учета  $\delta q$ -компонент дейтрана (штриховые). В качестве  $pr$ -волновой функции выбрана волновая функция для парижского потенциала

5,8 ГэВ/с при углах вылета протонов  $2,5^\circ$  в лабораторной системе и в области продольных импульсов в системе покоя дейтрона  $p_{||}^* < 200$  МэВ/с.

Однако для разделения вкладов в спектр  $d \rightarrow p$  фрагментации от различных механизмов (ферми-движения нуклонов в дейтроне, фрагментация  $bq$ -системы и т. п.) желательны подробные данные по максимально широкой области  $p_{||}^*$ . Такие данные получены в [15, 16], где реакция (140) изучена для С и  $\text{CH}_2$  мишней при импульсе падающего дейтрона  $p_d = 8, 9$  ГэВ/с. Импульс  $p_{||}^*$  изменялся в области от 0 до 580 МэВ/с (рис. 11) и  $\theta_p \leqslant 0,4^\circ$ .

Волновая функция (149), как говорилось выше, учитывает границу фазового объема для дейтрона с бесконечным импульсом. Для учета границы фазового объема при конечном импульсе дейтрона в [15] выражение для сечения (141) домножено на фактор  $(\alpha_{\max} - \alpha)/[2(\alpha_{\max} - 1)(1 - \alpha)]$ .

Экспериментальные данные работ [15, 16] сравнивали с расчетом по гибридной модели. При этом три параметра считали подгоночными — среднеквадратичный радиус  $bq$ -системы, который связан с параметром  $\omega$ :

$$r_{bq}^2 = 5/4\omega, \quad (161)$$

вероятность  $bq$ -примеси  $\beta^2$  и фазу  $\chi$ . Результаты подгонки приведены в таблице.

Таблица параметров гибридной модели, полученных из данных по  $d \rightarrow p$  фрагментации

Волновая функция дейтрона	Мишень	$\beta^2, \%$	$r_{bq}, \text{ fm}$	$\chi, \text{ град}$	$\chi^2/N$
Рейд, МК	C	0	—	—	12,7
Рейд, МК + $bq$	C	(6,2 ± 0,4)	0,87 ± 0,10	61 ± 11	2,54
Париж	C	0	—	—	15,7
Париж + $bq$	C	(8,6 ± 0,8)	0,95 ± 0,05	82 ± 6	1,95
Париж + $bq$	$\text{CH}_2$	(10,8 ± 1,2)	0,99 ± 0,04	95 ± 7	1,6

Можно сделать следующие выводы из анализа данных работ [15, 16]:

1) оцененные из них параметры гибридной модели практически не зависят от выбора  $pr$ -волновой функции;

2) оцененные параметры не зависят от ядра мишени;

3) значение  $\chi$  оказалось близким к  $90^\circ$ , что означает некогерентное сложение вкладов от фрагментации  $pr$ - и  $bq$ -компонент дейтрона.

Есть основания полагать (подробнее см. [102]), что в сходном со (140) эксклюзивном процессе



с протоном, регистрируемым в заднюю полусферу, большой вклад в жесткую область дает треугольная диаграмма с  $\Delta$ -изобарой в промежуточном состоянии (рис. 12), но при более низких энергиях ( $p_p = 1,65 \text{ ГэВ/с}$ , что соответствует импульсу дейtronа в системе покоя протона, равному  $3,3 \text{ ГэВ/с}$ ), чем в экспериментах [15, 16]. Поэтому можно было бы ожидать, что вклад этой диаграммы останется заметным и при энергии экспериментов [15, 16], и попытаться объяснить полученные в них данные не за счет вклада от фрагментации  $bq$ -компоненты, а за счет «изобарного механизма» (см. рис. 12). Но совместный анализ данных на С- и  $\text{CH}_2$ -мишениях, по-видимому, закрывает эту возможность. Дело в том, что из изотопической инвариантности следует, что вклад от изобарного механизма при рассеянии дейtronна на протоне в 5 раз больше, чем на нейтроне. В то же время в модели Бертокки—Трелеани сечение процесса не зависит от соотношения нейtronов и протонов мишени, а зависит только от полного числа  $A$ . Таким образом, если бы треугольная диаграмма давала в некоторой части спектра заметный вклад, то в ней отношение сечений на С- и  $\text{CH}_2$ -мишениях

$$R = d\sigma(\text{C})/d\sigma(\text{CH}_2) \quad (163)$$

должно было бы отличаться от значения в остальной части спектра. Однако в пределах погрешности у экспериментально измеренного  $R$  не видно зависимости от импульса регистрируемого протона [17].

В области значений  $p_{\parallel}^*$  от 300 до 400 МэВ/с для разности между экспериментально измеренным и теоретически рассчитанным сечениями наблюдается особенность (рис. 13). По всей видимости, ее можно интерпретировать [16] как рождение дибарионного резонанса в процессе

$$\begin{aligned} d + N &\rightarrow d^* + N \\ &\rightarrow p \text{ (регистрируется)} + N. \end{aligned} \quad (164)$$

Можно было бы попытаться интерпретировать эту особенность как вклад треугольной диаграммы рис. 12. Однако такая трактовка противоречит следствиям изотопической инвариантности. Введем

$$R_{\text{рез}} = \sum [(d\sigma_{\text{эксп}})_i - (d\sigma_{\text{теор}})_i]/\sum (d\sigma_{\text{теор}})_i, \quad (165)$$

где суммирования проходят по всем экспериментальным точкам, лежащим в интервале от 300 до 400 МэВ/с. Отношение  $R_{\text{рез}}$  на  $\text{CH}_2$ - и С-мишениях следующее:

$$R_{\text{рез}}(\text{CH}_2)/R_{\text{рез}}(\text{C}) = 1,00 \pm 0,07. \quad (166)$$

В то же время из изотопической инвариантности для механизма рис. 12 следует, что это отношение должно равняться двум, если

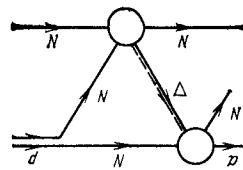


Рис. 12. Треугольная диаграмма с  $\Delta$ -изобарой в промежуточном состоянии

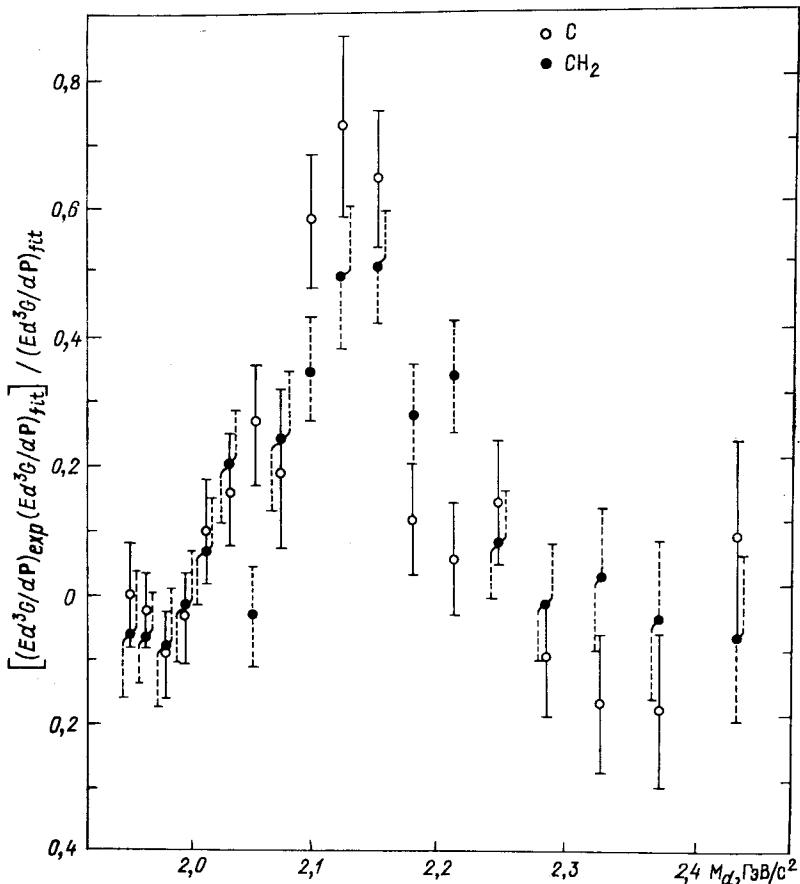


Рис. 13. Пик в разности экспериментально измеренного и теоретически рассчитанного сечений в области  $300 \text{ МэВ}/c \leq p_{||}^* \leq 400 \text{ МэВ}/c$

допустить, что эффективное число нуклонов в углероде равно четырем. Даже если допустить, что эффективное число нуклонов в углероде равно 12, то отношение (166) для изобарного механизма равно 1,3. Если наблюдаемую особенность интерпретировать как вклад в сечение от (164), то из (166) следует, что изоспин наблюдаемого дибариона должен равняться нулю. Оценены [16] также  $M = 2,13 \text{ ГэВ}/c^2$  и  $\Gamma < 80 \text{ МэВ}/c^2$  для дибарионного резонанса.

**Фрагментация поляризованного дейtronа в гибридной модели.** Одним из предсказаний гибридной модели для волновой функции дейтрана является предсказание об отсутствии провала у модуля зарядового формфактора  $|F_C(q^2)|$  [в области  $q^2 \approx 0,6 (\text{ГэВ}/c)^2$ ] [60] (см. также разд. 3 настоящего обзора). Но эксперименты по из-

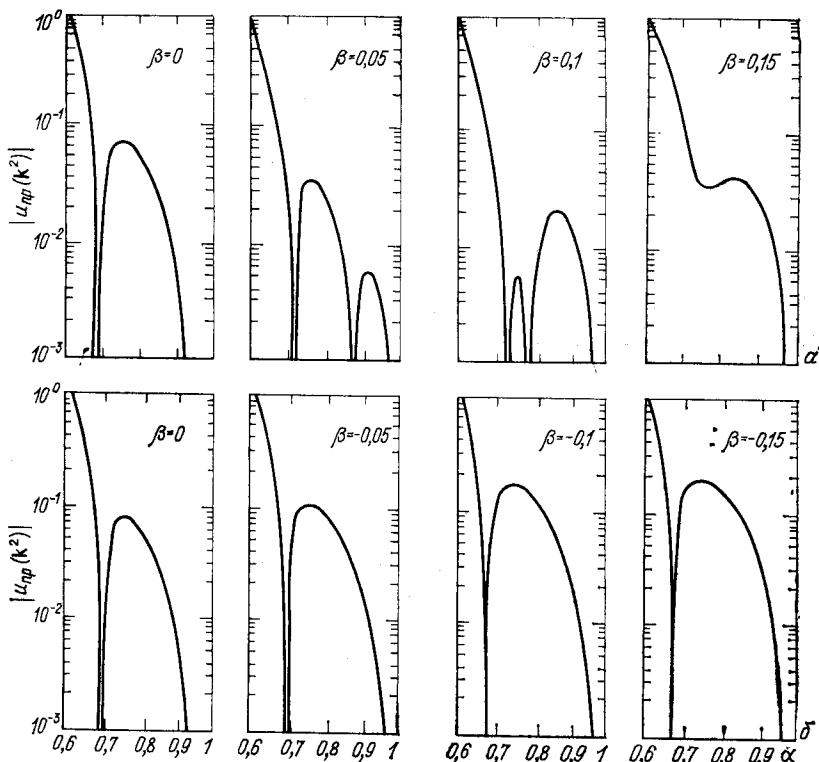


Рис. 14. Величина  $|u_{np}(k^2)|$  для разных значений  $\beta^*$ ;  $k_3 = (2\alpha - 1)$   
 $\sqrt{m^2/[4\alpha(1-\alpha)]}$

мерению зарядового формфактора дейтрана весьма сложны и, по-видимому, в ближайшем будущем осуществлены не будут. Однако можно изучать явление, некоторым образом сходное с явлением заполнения провала у  $|F_C(q^2)|$ , в экспериментах с пучками релятивистских поляризованных дейtronов [95]. О важности проведения экспериментов по фрагментации релятивистских поляризованных дейtronов для исследования динамики малонуклонных корреляций в ядрах подчеркивалось также в [103].

Если дейtron поляризован так, что имеет  $z$ -проекцию спина  $\pm 1$ , то, чтобы вычислить сечения его фрагментации на ядре  $A$  в неполаризованный протон, вылетающий под нулевым углом, необходимо в (142) вместо нерелятивистской функции  $u^2(k^2) + w^2(k^2)$ , которая связана с релятивистской согласно (149), подставить

$$[u(k^2) - \sqrt{1/2}w(k^2)]^2. \quad (167)$$

\* Значения  $\beta$ , приведенные на рисунке, следует увеличить в  $\sqrt{2}$  раз.

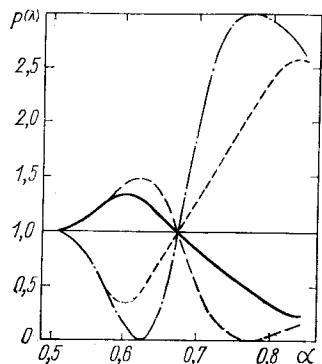


Рис. 15. Отношения  $P^{(\lambda)}$  для дейтрана со 100%-ной поляризацией непрерывная и штриховая кривые – расчет с параметрами  $bq$ -примеси  $\beta^2 = 0,043$ ,  $r_{bq} = 0,95$  фм для  $P^{(0)}$  и  $P^{(\pm)}$  соответственно; штриховая и штрих-пунктирная кривые – расчет без учета  $bq$ -компоненты для  $P^{(0)}$  и  $P^{(\pm)}$ . В качестве *pr*-волновой функции выбирали волновую функцию для парижского потенциала

$u(\mathbf{k}^2)$  меняет свой знак (рис. 14, случай  $\beta = 0$ ). В гибридной модели поведение функции  $u_{np}(\mathbf{k}^2)$ , определяемой уравнением (158), очень чувствительно к параметрам  $bq$ -примеси при  $|\mathbf{k}| \geq k_0$ . На рис. 14 показано, как меняется характер поведения  $|u_{np}(\mathbf{k}^2)|$  в зависимости от значения  $\beta$  для случаев, когда  $bq$ -компоненты дает вклад, конструктивно (см. рис. 14, а) и деструктивно (см. рис. 14, б) интерферирующий с вкладом *pr*-компоненты. Значение параметра  $\omega$  выбрано равным 7,9 фм<sup>-2</sup>. Если имеет место конструктивная интерференция, то при значениях  $\beta^2 \geq 0,02$  функция  $u_{np}(\mathbf{k}^2)$  не меняет своего знака. Это явление имеет ту же физическую природу, что и заполнение провала у  $|F_C(q^2)|$ .

Такое качественное изменение в поведении функции  $u_{np}(\mathbf{k}^2)$  качественным образом отразится на изменении спектра фрагментации поляризованных дейтронов. Так, оно приведет к возникновению второго провала в сечении фрагментации дейтрана с *z*-проекцией спина  $\pm 1$  в протон на нулевой угол  $d^3\sigma^\pm(p, \theta = 0^\circ)/d\mathbf{p}$ . Положение этого провала очень сильно зависит от значения  $\beta$ . Графики сечений для различных значений  $\beta$  читатель сможет найти в [95].

Если, как на это указывают эксперименты по фрагментации неполяризованных дейтронов,  $bq$ -вклад в сечение фрагментации складывается некогерентно с *pr*-вкладом, то, чтобы вычислить сечения  $E_p d^3\sigma^\pm(p, \theta = 0^\circ)/d\mathbf{p}$ , в (142) вместо  $u^2 + w^2$  необходимо подставить

$$(1 - \beta^2)(u(\mathbf{k}^2) - \sqrt{1/2}w(\mathbf{k}^2))^2 + \beta^2 I^2 \varPhi_{np}^{(6q)}(\mathbf{k}^2). \quad (168)$$

Расчеты \* с параметрами  $bq$ -примеси, приведенными в таблице, показывают, что в этом случае  $d^3\sigma^\pm(p, \theta = 0^\circ)/d\mathbf{p}$  не имеет провалов.

Результаты расчета отношения сечения фрагментации дейтрана со 100%-ной поляризацией к сечению фрагментации неполяризованного дейтрана в протон на нулевой угол приведены на рис. 15 и имеют

\* Мы благодарны Д. К. Никитину за проведение на ЭВМ численных расчетов сечений фрагментации поляризованных дейтронов.

вид

$$P^{(\lambda)} = \frac{d^3\sigma^{(\lambda)}(p, \theta=0^\circ)}{dp} / \frac{d\sigma(p, \theta=0^\circ)}{dp}, \quad (169)$$

где  $\lambda$  — значение  $z$ -проекции спина дейтрона. В качестве ядра-мишени выбирали углерод. Для  $pr$ -волновой функции использовали волновую функцию для парижского потенциала [66]. Параметры  $bq$ -примеси выбирали равными  $\beta^2 = 0,086$ ,  $r_{bq} = \sqrt{5/4\omega} = 0,95$  фм. Видно, что сечение фрагментации поляризованного дейтрона в области  $0,5 < \alpha \leq 0,56$  сильно отличается от сечения фрагментации неполяризованного дейтрона, но определяется практически полностью  $pr$ -компонентой. В области  $0,56 < \alpha < 0,85$  характер сечения фрагментации поляризованного дейтрона сильно зависит от наличия или отсутствия у дейтрона  $bq$ -компоненты. Поэтому измерения величины  $P^{(\lambda)}$  должны явиться важным шагом в проверке гибридной модели для волновой функции дейтрона.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, кварковые методы, которые первоначально использовались для описания структуры адронов и их взаимодействий, находят применение и для описания на расстояниях менее 1 фм структуры простейшего ядра — дейтрона. Представляется естественным попытаться применить эти методы и к описанию структуры более сложных ядер. Здесь, по-видимому, наиболее важной проблемой является согласование результатов расчетов с экспериментально измеренными значениями энергии связи трития и гелия.

Что касается дальнейших исследований кварковой структуры дейтрона, то, как нам кажется, наиболее актуальной задачей является измерение спектра фрагментации релятивистских поляризованных дейтронов. Среди других актуальных задач отметим следующие:

1) выяснить, согласуются ли между собой результаты, полученные в разных экспериментах, например в экспериментах СЛАК по  $ed$ -рассеянию и в экспериментах ОИЯИ по  $d \rightarrow p$  фрагментации; это позволит дать надежный ответ на вопрос о том, действительно ли правильно трактовать их как проявление  $bq$ -компоненты дейтрона или же они объясняются какими-нибудь «ортодоксальными» механизмами (обменные токи, изобарные вклады и т. п.);

2) провести измерения магнитного формфактора дейтрона при  $q^2 \geq 1$  ( $\text{ГэВ}/c$ )<sup>2</sup>;

3) детально исследовать  $P$ -нечетные корреляции в  $NN$ -взаимодействии, в частности циркулярную поляризацию в процессе радиационного захвата протонов тепловыми нейтронами;

4) детально изучить (как экспериментально, так и теоретически) реакции фоторасщепления дейтронов при энергиях порядка 100 МэВ и более.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Г. М. Зиновьеву, В. К. Лукьяннову, М. М. Мусаханову, М. Намики, В. Г. Неудачину и Л. Н. Струнову за полезные обсуждения и замечания.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shirokov Yu. M.— Nucl. Phys. B, 1968, v. 6, p. 159.
2. Троицкий В. Е., Широков Ю. М.— ТМФ, 1969, т. 1, с. 213.
3. Кожевников В. П., Троицкий В. Е., Трубников С. В., Широков Ю. М.— ТМФ, 1972, т. 10, с. 47.
4. Троицкий В. Е., Трубников С. В., Широков Ю. М.— ТМФ, 1972, т. 10, с. 209, 349.
5. Kukulin V. I., Troitski V. E., Shirokov Yu. M., Trubnikov S. V.— Phys. Lett. B, 1972, v. 39, p. 319.
6. Кириллов А. И., Троицкий В. Е., Трубников С. В., Широков Ю. М.— ЭЧАЯ, 1975, т. 6, с. 3.
7. Балдин А. М. и др.— Препринт ОИЯИ Р1-5819, Дубна, 1971; Е1-8054, Дубна, 1974; Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 1008.
8. Балдин А. М.— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, с. 429.
9. Baldin A. M.— Prog. Particl. and Nucl. Phys., 1980, v. 4, p. 95.
10. Arnold R. G. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 776.
11. Schütz W. P. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 259.
12. Martin F. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 1320.
13. Arnold R. G. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 1429.
14. Arnold R. G. e.a.— In: Proc. 9 ICOHEPANS. Versailles, 1981, p. 94.
15. Ableev V. G. e. a.— Nucl. Phys. A, 1983, v. 393, p. 491; Аблеев В. Г. и др.— Письма в ЖЭТФ, 1993, т. 37, с. 196.
16. Ableev V. G. e.a.— Preprint JINR E1-82-516, Dubna, 1982.
17. Аблеев В. Г. и др.— В кн.: Тр. Международного семинара по перспективам исследований в релятивистской ядерной физике, Дубна, 1982.
18. Лукьяннов В. К., Титов А. И.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 815.
19. Ставинский В. С.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 949.
20. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1972, v. 5, p. 907.
21. Brodsky S. J., Farrar G. R.— Phys. Rev. Lett., 1973, v. 31, p. 1153.
22. Dubovik V. M., Kobushkin A. P.— Preprint ITP-78-85, Kiev, 1978.
23. Dirac P. A. M.— Rev. Mod. Phys., 1949, v. 21, p. 392.
24. Salpeter E. E., Bethe H. A.— Phys. Rev., 1951, v. 84, p. 1232.
25. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N.— Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 380.
26. Leutwyler H., Stern J.— Ann. Phys. (N. Y.), 1978, v. 112, p. 94.
27. Кобушкин А. П., Шелест В. П.— ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 571.
28. Markov M. A.— J. Phys. USSR, 1940, v. 3, p. 452.
29. Yukawa H.— Phys. Rev., 1950, v. 77, p. 219.
30. Melosh H. J.— Phys. Rev. D, 1974, v. 9, p. 1095.
31. Kobushkin A. P., Shelest V. P.— Preprint JINR E2-8594, Dubna, 1975.
32. Кобушкин А. П., Шелест В. П.— ТМФ, 1977, т. 31, с. 156; Кобушкин А. П., там же, 1977, т. 30, с. 231.
33. Терентьев М. В.— Ядерная физика, 1976, т. 24, с. 207.
34. Боголюбов Н. Н. и др. Препринт ОИЯИ Д-2075, Дубна, 1965.
35. Боголюбов Н. Н. и др. Препринт ОИЯИ Р-2141, Дубна, 1965.
36. Tavkhelidze A. N.— In: High Energy Physics and Elementary Particles. Vienna, International Atomic Energy Agency, 1965, p. 763.
37. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н.— Препринт ОИЯИ Д-1968, Дубна, 1965.
38. Lipkin H., Tavkhelidze A. N.— Phys. Lett., 1965, v. 17, p. 331.
39. Bogolubov P. N.— Ann. Institute Henri Poincaré, 1968, v. 8, p. 163.
40. Chodos A. e.a.— Phys. Rev. D, 1974, v. 9, p. 3471.

41. Namiki M., Saito S.— Prog. Theor. Phys., 1975, v. 53, p. 1465.  
 42. Ishida S., Matsuda A., Namiki M.— Prog. Theor. Phys., 1977, v. 57,  
 p. 210.  
 43. Saito S.— Prog. Theor. Phys., 1977, v. 58, p. 1802.  
 44. Donoghue J. E., Johnson K.— Phys. Rev. D, 1980, v. 21, p. 1975.  
 45. Bell J. S., Ruegg H.— Nucl. Phys. B, 1975, v. 98, p. 12. Ibid., 1976,  
 v. 104, p. 245.  
 46. Kobushkin A. P.— Preprint ITP-76-58E, Kiev, 1976.  
 47. De Rujila A., Georgi H., Glashow S. L.— Phys. Rev. D, 1975, v. 12,  
 p. 147.  
 48. Leal Ferreira P., Helayel J. A.— Nuovo cimento A, 1980, v. 55, p. 215.  
 49. Chodos A., Thorn C. B.— Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 2733; Brown G. E.,  
 Rho M.— Phys. Lett. B, 1979, v. 82, p. 177.  
 50. Мусаханов М. М.— Ядерная физика, 1981, т. 33, с. 810, 1621.  
 51. Fujimura K., Kobayashi T., Namiki M.— Prog. Theor. Phys., 1970,  
 v. 43, p. 73; Ibid., 1970, v. 44, p. 193.  
 52. Licht A. L., Pagnamenta A.— Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1150, 1156;  
 Ibid., 1971, v. 4, p. 2810.  
 53. Feynman R. P., Kislinger M., Ravndal F.— Phys. Rev. D, 1971, v. 3,  
 p. 2706.  
 54. Lipes R. G.— Phys. Rev. D, 1972, v. 5, p. 2849.  
 55. Душенко В. Ф., Кобушкин А. П., Синюков Ю. М.— Ядерная физика,  
 1976, т. 24, с. 434, 495.  
 56. Bakker B. L., Kondratyuk L. A., Terent'ev M. V.— Nucl. Phys. B, 1979,  
 v. 158, p. 497.  
 57. Sinjukov Yu. M.— Preprint ITP-75-14E, Kiev, 1975.  
 58. Kobushkin A. P.— Preprint ITP-76-145E, Kiev, 1976.  
 59. Matveev V. A., Sorba P.— Lett. Nuovo cimento, 1977, v. 20, p. 435.  
 60. Кобушкин А. П.— Ядерная физика, 1978, т. 28, с. 495.  
 61. Simonov Yu. A.— Phys. Lett. B, 1981, v. 107, p. 1; Preprint ITEP.  
 Moscow, 1982.  
 62. Jaffe R. L., Low F. E.— Phys. Rev. D, 1979, v. 19, p. 2105.  
 63. Hamada T., Johnson I. D.— Nucl. Phys., 1962, v. 34, p. 382.  
 64. McGee I. J.— Phys. Rev., 1966, v. 151, p. 772.  
 65. Reid R. V.— Ann. Phys. (N. Y.), 1968, v. 50, p. 411.  
 66. Lecombe M. e.a.— Phys. Lett. B, 1981, v. 101, p. 139.  
 67. Хамермеш М. Теория групп: Пер. с англ. М., Мир, 1966.  
 68. Smirnov Yu. F., Tchuvil'sky Yu. M.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1978,  
 v. 4, p. LI.  
 69. Högaasen H., Sorba P., Viollier R.— Z. Phys. C, 1980, Bd 4, S. 131.  
 70. Benz P., Söding P.— Phys. Lett. B, 1978, v. 53, p. 367.  
 71. Obukhovsky I. T. e.a.— Phys. Lett. B, 1979, v. 88, p. 231.  
 72. Kobushkin A. P.— Preprint ITP-82-59E, Kiev, 1982.  
 73. Obukhovsky I. T., Smirnov Yu. F., Tchuvil'sky Yu. M.— I. Phys. A:  
 Math. Gen., 1982, v. 15, p. 7.  
 74. Wong C. W.— Phys. Lett. B, 1982, v. 108, p. 385.  
 75. Gourdin M.— Nuovo cimento, 1963, v. 28, p. 533.  
 76. Mitrushkin V. K., Rashidov P. K., Trubnikov S. V.— JINR Communica-tion E2-82-156, Dubna, 1982.  
 77. Arnold R. G., Carlson C. E., Gross F.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38,  
 p. 1516; Phys. Rev. C, 1980, v. 21, p. 1426.  
 78. Стрикман М. И., Франкфурт Л. Л.— ЭЧАЯ, 1980, т. 11; с. 571.  
 79. Kizukuri Y., Namiki M., Okano K.— Prog. Theor. Phys., 1979, v. 61,  
 p. 559.  
 80. Kizukuri Y. e.a.— Prog. Theor. Phys., 1980, v. 64, p. 1478.  
 81. Mitra A. N.— Phys. Rev. D, 1978, v. 17, p. 729.  
 82. Буров В. В. и др.— Препринт ОИЯИ Р2-81-621, Дубна, 1981.  
 83. Kisslinger L. S.— Phys. Lett. B, 1982, v. 112, p. 307.  
 84. Gari M., Hyuga H.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 264, p. 409.

85. Iachello F., Jackson A., Landé A.— Phys. Lett. B, 1973, v. 43, p. 191.  
 86. Rand R. E. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 467; Phys. Rev. D, 1973, v. 8, p. 3229.  
 87. Buchanan C. D. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1965, v. 15, p. 303; Elias J. E. e.a.— Phys. Rev., 1969, v. 177, p. 2075.  
 88. Обуховский И. Т., Ткаля Е. В.— Ядерная физика, 1982, т. 35, с. 288.  
 89. Kudeuarov Yu. e.a.— Nucl. Phys. A, 1975, v. 245, p. 429; Neudatchin V. G., Smirnov Yu. F., Golovanova F. F.— Adv. Nucl. Phys., ed. S. V. Negele, F. N. Voght. Plenum Press, 1979, v. 14, p. 1.  
 90. Dubovik V. M., Obukhovsky I. T.— Z. Phys. C, 1981, Bd 10, S. 123.  
 91. Hadjimichael E., Saylor D. P.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 45, p. 1776.  
 92. Arenhövel H.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 749 (C).  
 93. Нагорный С. И., Инопин Е. В.— ВАНТ, сер. Общая и ядерная физика, 1981, вып. 4 (18), с. 26.  
 94. Инопин Е. В., Нагорный С. М., Титов Ю. И.— ВАНТ, сер. Общая и ядерная физика, 1982, вып. 1 (19), с. 77.  
 95. Kobushkin A. P., Vizireva L.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1982, v. 8, p. 893.  
 96. Bertocchi L., Treleani D.— Nuovo cimento A, 1976, v. 36, p. 1.  
 97. Nissen-Meyer S.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 306, p. 499.  
 98. Аблеев В. Г. и др.— Ядерная физика, 1983, т. 37, с. 132.  
 99. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А.— ТМФ, 1975, т. 24, с. 3.  
 100. Baldin A. M. e.a.— JINR Communication, P1-11168, Dubna, 1977.  
 101. Papp J.— Preprint LBL-3633, Berkely, 1975.  
 c. 102. Амелин Н. С., Глаголев В. В., Лыкасов Г. И.— ЭЧАЯ, 1982, т. 13, 130.  
 103. Frankfurt L. L., Strikman M. I.— Phys. Lett. B, 1978, v. 75, p. 257.