

## КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННАЯ МОДЕЛЬ ЯДРА

### II. ФОНОННОЕ ПРОСТРАНСТВО $E\lambda$ -ГИГАНТСКИЕ РЕЗОНАНСЫ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ

*Л. А. Малов, В. Г. Соловьев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Приведены результаты расчетов однофононных состояний в четно-четных деформированных ядрах, которые образуют базис в квазичастично-фононной модели ядра. Показано, что расчеты однофононных состояний с мультипольностью  $\lambda = 1, 2$  и  $3$  являются однозначными, а с мультипольностью  $\lambda \geq 4$  содержат некоторый произвол, связанный с выбором констант мультиполь-мультипольных взаимодействий. Систематизированы параметры расчетов в деформированных ядрах в областях  $150 \leq A \leq 190$  и  $226 \leq A < 260$ . В однофононном приближении получено достаточно хорошее описание положения и ширин гигантских дипольного, квадрупольного и октупольного резонансов. Приведены результаты расчетов  $E\lambda$ -резонансов высокой мультипольности.

The results of calculation of the one-phonon states in even-even deformed nuclei, which form the basis in the quasiparticle-phonon nuclear model, are given. It is shown that the calculations of the one-phonon states with multipolarity  $\lambda = 1, 2$  and  $3$  are unique, whereas with multipolarity  $\lambda \geq 4$  they are somewhat arbitrary due to the choice of the constants of the multipole-multipole interactions. The parameters of calculations in the deformed nuclei in the regions  $150 \geq A \geq 190$  and  $226 \leq A < 260$  are systematized. The position and widths of the giant dipole, quadrupole and octupole resonances are described rather well in the one-phonon approximation. The results of calculation of the  $E\lambda$ -resonances of high multipolarity are presented.

#### ВВЕДЕНИЕ

В рамках квазичастично-фононной модели ядра вычисляются малоквазичастичные компоненты волновых функций ядерных состояний при низких, промежуточных и высоких энергиях возбуждения. Квазичастично-фононная модель ядра — это обобщение моделей [1], описывающих низколежащие состояния на широкую

область энергий возбуждения. На возможность единого описания ряда характеристик средних и тяжелых ядер в широком диапазоне энергий возбуждения указано в работах [2—4]. В последние годы выполнена серия работ [5—21], в которых показано, как эта программа внедряется в практику. В этих работах рассчитаны такие характеристики возбужденных состояний, которые определяются фрагментацией одноквазичастичных и однофононных состояний по ядерным уровням.

В работе [22] изложены основные положения квазичастично-фононной модели ядра. Большое достоинство модели состоит в том, что в качестве базиса использованы не одночастичные состояния, а однофононные состояния. Это означает, что в самом базисе одновременно учтены коллективные вибрационные, слабо-коллективные и двухквазичастичные состояния. Расчеты [23] плотности ядерных состояний свидетельствуют о полноте фононного пространства.

Вычисление фононного пространства — это первый и важный этап расчетов в квазичастично-фононной модели ядра. В деформированных ядрах (в отличие от сферических) полный фононный базис можно построить только из мультипольных фононов. Это связано с тем, что для каждой мультипольности  $\lambda$  имеются фононы с проекцией на ось симметрии ядра  $K$ , равной  $0, 1, 2, \dots, \lambda$ . Следовательно, можно образовать фононы со всеми спинами и четностями до  $K = K_{\max}$ , если взять мультипольные силы с  $\lambda = 1, 2, 3, \dots, K_{\max}$ . Таким образом, мультипольные фононы образуют полное фононное пространство и нет необходимости вводить спин-мультипольные фононы. Это верно, если специально не интересоваться магнитными переходами. Известно, что имеются коллективные спин-мультипольные состояния, для которых вероятности  $M\lambda$ -переходов достаточно велики. Однако мультипольные фононы, особенно при небольших энергиях, оказываются сильнее коллективизированными по сравнению со спин-мультипольными фононами с теми же значениями  $K^{\pi}$ . Поэтому фононный базис строится только из мультипольных фононов. Спин-мультипольные фононы используются при изучении магнитных моментов,  $M\lambda$ -переходов между ядерными состояниями и при изучении магнитных гигантских резонансов.

В настоящей статье приводятся результаты расчетов фононного базиса для деформированных ядер. Численные расчеты ограничиваются областями  $150 \leq A \leq 190$  и  $226 \leq A < 260$ . Исследования показали, что в деформированных ядрах в однофононном приближении получено достаточно хорошее описание энергий и ширин гигантских резонансов. Просуммированы результаты расчетов гигантских мультипольных резонансов в деформированных ядрах. В работе использованы формулы, приведенные в [22], и, как правило, те же обозначения.

## 1. СРЕДНЕЕ ПОЛЕ И ПАРАМЕТРЫ РАСЧЕТОВ

В квазичастиочно-фононной модели ядра гамильтониан состоит из потенциала Саксона — Вудса, описывающего среднее поле нейтронной и протонной систем, из взаимодействий, приводящих к парным корреляциям сверхпроводящего типа, из мультиполь-мультипольных взаимодействий и спин-мультиполь-спин-мультипольных взаимодействий, которые здесь не учитываются. Согласно [22] гамильтониан модели имеет вид

$$H_M = H_P + H_Q. \quad (1)$$

Расчеты энергий и волновых функций однофононных состояний основаны на одночастичных энергиях и волновых функциях аксиально-симметричного потенциала Саксона — Вудса. Форма ядра описывается формулой

$$R(\theta) = R_0 \{1 + \beta_0 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta)\}, \quad (2)$$

где  $R_0 = r_0 A^{1/3}$  — радиус равновеликого сферического ядра;  $\beta_0$  — постоянная, введенная для лучшего выполнения условия сохранения объема ядра;  $\beta_2$  и  $\beta_4$  — параметры квадрупольной ( $\lambda = 2$ ) и гексадекапольной ( $\lambda = 4$ ) деформаций. Ядерная часть потенциала Саксона — Вудса состоит из двух частей:

$$V_{\text{пис}}(\mathbf{r}) = V(r) + V_{ls}(\mathbf{r}); \quad (3)$$

$$V(r) = -V_0 / \{1 + \exp[\alpha(r - R(\theta))]\}; \quad (4)$$

$$V_{ls}(\mathbf{r}) = -\kappa(\mathbf{p} \times \boldsymbol{\sigma}) \nabla V(r), \quad (5)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  — матрицы Паули;  $\mathbf{p}$  — импульс нуклона. Для протонной системы необходимо добавить кулоновский член

$$\begin{aligned} V_c(\mathbf{r}) = & \frac{3}{4\pi} \frac{(Z-1)e^2}{R_0^3} \times \\ & \times \int \frac{d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \{1 + \exp[\alpha(r' - R(\theta))]\}^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Собственные значения энергий и волновые функции для потенциала Саксона — Вудса вычисляются приближенно разложением по сферическому базису [14].

Энергии и волновые функции одночастичных состояний, являющиеся решениями уравнения Шредингера с потенциалом Саксона — Вудса, зависят от массового числа  $A$ . Поэтому при расчетах деформированные ядра разбиваются на зоны по  $A$ . Эти зоны даны в табл. 1. Для каждой зоны фиксированы параметры равновесной деформации  $\beta_2^0$ ,  $\beta_4^0$  и константы взаимодействий. Для правильного описания одноквазичастичных уровней в ядрах с нечетным числом нейтронов и в ядрах с нечетным числом протонов проводится подгонка параметров потенциала. Эта подгонка состо-

Таблица 1

**Параметры несферического потенциала Саксона — Вудса**

Зона по A	Нейтронная система				Протонная система			
	$V_0$ , МэВ	$r_0$ , ферми	$\alpha$ , ферми $^{-1}$	$\kappa$ , ферми $^2$	$V_0$ , МэВ	$r_0$ , ферми	$\alpha$ , ферми $^{-1}$	$\kappa$ , ферми $^2$
155	47,2	1,26	1,67	0,40	59,2	1,24	1,69	0,36
165	44,8	1,26	1,67	0,43	59,2	1,25	1,63	0,355
173	44,8	1,26	1,67	0,42	59,2	1,25	1,59	0,32
181	43,4	1,26	1,67	0,40	59,8	1,24	1,67	0,33
229	47,0	1,26	1,40	0,47	60,5	1,24	1,55	0,375
239	46,7	1,26	1,45	0,43	61,0	1,24	1,55	0,375
247	46,0	1,26	1,38	0,43	62,0	1,24	1,55	0,370
255	46,0	1,26	1,30	0,47	62,5	1,24	1,55	0,360

ит из четырех этапов: 1) вычисляются одночастичные энергии и волновые функции с одним набором параметров  $V_0$ ,  $r_0$ ,  $\alpha$ ,  $\kappa$ ; 2) методом оболочечной поправки [25] находится равновесная форма ядра, и тем самым фиксируются параметры  $\beta_2^0$ ,  $\beta_4^0$ ; 3) вычисляются фононы; 4) учитываются взаимодействия квазичастиц с фононами и вычисляются энергии и волновые функции неротационных состояний нечетных ядер, которые сравниваются с соответствующими экспериментальными данными. Далее при необходимости изменяются параметры потенциала Саксона — Вудса и заново проводятся указанные четыре этапа вычислений. Такая процедура повторяется до тех пор, пока не достигнуто достаточно хорошее описание экспериментальных данных по неротационным уровням нечетных ядер.

Параметры потенциала Саксона — Вудса приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что имеется небольшое изменение параметров при переходе от одной зоны к другой. Малые флуктуации параметров связаны с тем, что представление среднего поля потенциалом Саксона — Вудса является достаточно хорошим, но не идеальным. Сравнительно простая форма потенциала частично эффективно компенсируется небольшими изменениями параметров. Отметим, что параметры сферически-симметричного потенциала Саксона — Вудса, используемые при описании сферических ядер в зонах с  $A = 59, 91, 121, 141$  и  $209$  и приведенные в работе [21], мало отличаются от параметров табл. 1.

Одночастичные энергии и волновые функции потенциала Саксона — Вудса для ядер в области  $150 \leq A \leq 190$  приведены в работе [26], в области  $226 \leq A < 260$  частично даны в [27].

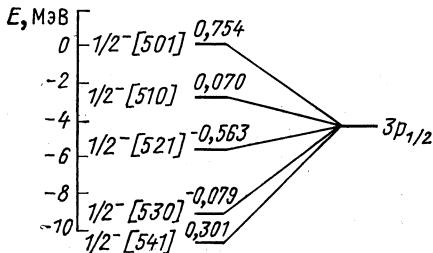
Из-за большой квадрупольной деформации происходит фрагментация (распределение силы) подоболочек сферически-симметричного потенциала Саксона — Вудса по некоторым одночастич-

ным уровням аксиально-симметричного потенциала Саксона — Будса. Эта фрагментация велика, что показано на рис. 1 для подоболочки  $3p_{1/2}$  в нейтронной системе с  $A = 155$ .

В расчетах учитывается наибольшее возможное число одночастичных уровней. Число одночастичных нейтронных  $n_N$  и протонных  $n_Z$  уровней для каждой зоны по  $A$  и параметры равновесных деформаций приведены в табл. 2. Константы парных корреляций сверхпроводящего типа  $G_N$  и  $G_Z$  определены по экспериментальным данным по парным энергиям. Значения  $G_N A$  и  $G_Z A$

Рис. 1. Распределение силы подоболочек  $3p_{1/2}$  среди одночастичных состояний с  $K^\pi = 1/2^-$  в нейтронной системе с  $A = 155$  при  $\beta_2 = 0,27$ ,  $\beta_4 = 0,04$ :

цифры над уровнями указывают значения компонент в разложении волновой функции деформированного потенциала Саксона — Будса по сферическому базису



даны в табл. 2. Из таблицы видно, что эти величины остаются практически постоянными при изменении  $A$  от 150 до 260.

Вид изоскалярных и изовекторных мультиполь-мультипольных взаимодействий дан в [22]. Изоскалярные  $\chi_0^{(\lambda\mu)}$  и изовекторные  $\chi_1^{(\lambda\mu)}$  константы определяются следующим образом:

1) изовекторные константы  $\chi_1^{(10)}$ ,  $\chi_1^{(11)}$  из положения  $E1$ -гигантского резонанса; для исключения духового состояния вводят

Таблица 2

Параметры, использованные при вычислении энергий и волновых функций однофононных состояний

Зона по $A$	Число одночастичных уровней	Параметры деформации	Константы спаривания	Константы мультиполь-мультипольного взаимодействия											
				$\lambda = 1$ , $\chi_1/x_0 = -1,2$	$\lambda = 2$ , $\chi_1/x_0 = -1,5$	$\lambda = 3$ , $\chi_1/x_0 = -1,5$	$x_0^{(10)} A^{5/3}$	$x_0^{(11)} A^{5/3}$	$x_0^{(20)} A^{7/3}$	$x_0^{(21)} A^{7/3}$	$x_0^{(22)} A^{7/3}$	$x_0^{(30)} A^3$	$x_0^{(31)} A^3$	$x_0^{(32)} A^3$	$x_0^{(33)} A^3$
155	104	115	0,30	0,04	18,3	22,6	228	270	219	187	259	138	130	156	216
165	104	132	0,28	0,02	18,7	21,8	223	260	216	172	254	126	126	137	144
173	104	135	0,26	-0,02	18,7	21,7	231	265	208	167	267	131	129	137	142
184	104	135	0,24	-0,03	19,0	21,9	237	270	204	182	250	—	—	—	—
229	150	171	0,19	0,10	17,2	21,4	223	250	208	208	247	130	132	157	—
239	155	175	0,22	0,08	17,2	21,0	220	250	220	202	266	133	135	157	150
247	159	185	0,23	0,06	17,8	21,3	—	—	222	184	268	128	128	155	148

изоскалярные дипольные силы с константой  $\kappa_0^{(1\mu)}$ , которая приводит к равенству нулю первого корня соответствующего секулярного уравнения;

2) изоскалярные константы  $\kappa_0^{(2\mu)}$ ,  $\kappa_0^{(3\mu)}$  из энергий первых квадрупольных и октупольных состояний, а отношения  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}/\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  из положения соответствующего изовекторного резонанса;

3) для  $\lambda \geq 4$  используются оценки [28]:

$$\kappa_0^{(\lambda)} = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{m\omega_0^2}{A \langle r^{2\lambda-2} \rangle}; \quad (7)$$

$$\kappa_1^{(\lambda)} = -\pi V / (A \langle r^{2\lambda} \rangle), \quad (8)$$

где  $V = 120$  МэВ. Берутся несколько меньшие значения этих констант, чтобы соответствующие первые состояния не опускались низко и не были сильно коллективизированными.

В табл. 2 приведены значения  $\kappa_0^{(\lambda\mu)} A^{(2\lambda+3)/3}$  и отношения  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}/\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  для  $\lambda = 1, 2$  и  $3$ . Из таблицы видно, что константы  $\kappa_0^{(\lambda\mu)} A^{(2\lambda+3)/3}$  слабо меняются в широкой области ядер  $A$  от 155 до 260. Небольшое изменение констант при переходе от одной зоны по  $A$  к другой свидетельствует о достаточно хорошем описании в однофононном приближении коллективных вибрационных состояний.

## 2. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Приведем формулы для однофононных состояний, генерируемых мультиполь-мультипольными силами в канале частица — дырка.

Часть модельного гамильтонiana  $H_v$  без членов, необходимых для описания  $0^+$ -состояний, имеет вид

$$\begin{aligned}
 H_v = & \sum_q \varepsilon(q) B(qq) - \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu ii'} \left\{ (\kappa_0^{(\lambda\mu)} + \kappa_1^{(\lambda\mu)}) \times \right. \\
 & \times \left[ \sum_{ss', s_2s_2} u_{ss'}^{(+)} u_{s_2s_2'}^{(+)} f^{\lambda\mu}(ss') g_{ss'}^{\lambda\mu i} f^{\lambda\mu}(s_2s_2') g_{s_2s_2'}^{\lambda\mu i'} + \right. \\
 & + \sum_{rr', r_2r_2'} u_{rr'}^{(+)} u_{r_2r_2'}^{(+)} f^{\lambda\mu}(rr') g_{rr'}^{\lambda\mu i} f^{\lambda\mu}(r_2r_2') g_{r_2r_2'}^{\lambda\mu i'} \Big] - \\
 & - (\kappa_0^{(\lambda\mu)} - \kappa_1^{(\lambda\mu)}) \sum_{ss', rr'} u_{ss'}^{(+)} u_{rr'}^{(+)} [f^{\lambda\mu}(ss') g_{ss'}^{\lambda\mu i} f^{\lambda\mu}(rr') g_{rr'}^{\lambda\mu i'} + \\
 & + f^{\lambda\mu}(ss') g_{ss'}^{\lambda\mu i} f^{\lambda\mu}(rr') g_{rr'}^{\lambda\mu i}] \Big\} Q_{\lambda\mu i}^+ Q_{\lambda\mu i'}. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Оператор фонана имеет вид

$$Q_t^t = \frac{1}{2} \sum_{qq'} \{ \Psi_{qq'}^t A^+(qq') - \Phi_{qq'}^t A(qq') \}, \quad (10)$$

где  $\lambda \mu i \equiv t$ ;  $g_{qq'}^t = \Psi_{qq'}^t + \Phi_{qq'}^t$ ;  $w_{qq'}^t = \Psi_{qq'}^t - \Phi_{qq'}^t$ , остальные обозначения даны в работе [22].

Секулярное уравнение, определяющее энергию однофонных состояний  $\omega_t$  и учитывающее изоскалярные и изовекторные мультипольные силы с константами  $\kappa_0^{(\lambda\mu)}$ ,  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\omega_t) = & -(\kappa_0^{(\lambda\mu)} + \kappa_1^{(\lambda\mu)}) (X^t(n) + X^t(p)) + \\ & + 4\kappa_0^{(\lambda\mu)}\kappa_1^{(\lambda\mu)} X^t(n) X^t(p) + 1 = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$X^t(n) = 2 \sum_{ss'} \frac{f^t(ss') \tilde{f}^t(ss') (u_{ss'}^{(+)})^2 \varepsilon(ss')}{\varepsilon^2(ss') - \omega_t^2}; \quad (12)$$

$f^t(ss')$  — матричный элемент от мультипольного оператора;  $i$  — номер корня уравнения (11);  $\varepsilon(ss')$  — энергии двухквазичастичных состояний. Остальные обозначения даны в [22].

В квазичастично-фононной модели ядра для каждого значения  $K^\pi$  вычисляются все корни соответствующего секулярного уравнения до энергии 30 МэВ и выше. Для каждого значения  $K^\pi$  рассчитывается несколько сот корней и волновых функций. В этих расчетах употребляют следующие правила:

- 1) используют мультипольные силы для вычисления однофонных состояний с  $K^\pi = 0^\pm, 1^\pm, \dots, 6^\pm, 7^-$ .
- 2) для каждого значения  $K^\pi$  решают секулярные уравнения с силами минимальной мультипольности;
- 3) учитывают взаимодействия в канале частица — дырка; взаимодействие в канале частица — частица принимается во внимание при вычислении однофононных  $0^+$ -состояний;
- 4) при вычислении  $B(E\lambda)$ -величин учитывают все состояния с  $I = \lambda$  и  $K = 0, 1, \dots, \lambda$ .

Первые состояния с  $K^\pi = 0^+$  и  $2^+$  являются коллективными, для них  $B(E2)$ -значения равны 2—8 одночастичных единиц. Наибольшая двухквазичастичная компонента в нормировке волновой функции достигает 10—50 %. Вклад трех наибольших компонент превышает 50—70 %. В большинстве случаев коллективными являются первые октупольные состояния с  $K^\pi = 0^-, 1^-$  и  $2^-$ . Значения шести наибольших двухквазичастичных компонент для первых однофононных состояний даны для ядер в области  $150 \leqslant A \leqslant 190$  в [29] и в области  $228 \leqslant A \leqslant 260$  в [30].

В свою очередь, сила двухквазичастичных состояний распределена среди большого числа однофононных состояний. В табл. 3 по-

Таблица 3

**Распределение силы двухквазичастичных нейтронных состояний  
среди однофононных  $K^{\pi} = 2^+$  состояний в  $^{238}\text{U}$**

$ss'$	Компоненты, %										
	$i = 1$	4	7	8	9	10	12	13	16	17	18
	$\omega_{22i}$ (МэВ) $= 1,06$	2,10	2,46	2,49	2,54	2,55	2,66	2,72	2,85	2,87	3,04
633↓—	20,6	75,6	1,3	0,1	—	—	—	—	—	—	—
631↓—	9,6	2,0	0,3	0,2	0,3	0,3	8,5	10,7	38,4	12,4	4,8
622↑—	8,0	3,5	7,9	18,8	31,6	13,6	8,6	3,0	—	—	—
620↑—	7,2	2,7	2,0	2,1	14,6	37,0	23,0	4,2	—	—	—
631↑+	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
734↑—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
752↑	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

казано, как распределена сила ряда двухквазичастичных нейтронных состояний в  $^{238}\text{U}$  по однофононным состояниям.

### 3. СИЛОВЫЕ ФУНКЦИИ ДЛЯ $\gamma$ -ПЕРЕХОДОВ

Выпишем формулы для приведенных вероятностей  $\gamma$ -переходов из основных состояний четно-четных ядер в возбужденные состояния с  $I_f^{\pi_f} K_f$ . В случае, когда мультипольность электрического перехода совпадает с мультипольностью фона на возбужденного состояния, согласно [1] имеем

$$B(E\lambda; 0^+0 \rightarrow I_f^{\pi_f} K_f) = (00\lambda\mu | I_f K_f) \mathcal{M}^2; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & \left( \frac{2 - \delta_{\mu 0}}{2} \right)^{1/2} \left\{ e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(p) \sum_{rr'} f^{\lambda\mu}(rr') g_{rr'}^t u_{rr'}^{(+)} + \right. \\ & \left. + e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(n) \sum_{ss'} f^{\lambda\mu}(ss') g_{ss'}^t u_{ss'}^{(+)} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Эффективные электрические заряды равны

$$e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(p) = e + e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(p); \quad e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(n) = e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(n), \quad (15)$$

где, согласно [31]:

$$\begin{aligned} e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(p) &= e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(T=0) - e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(T=1); \quad e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(n) = \\ &= e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(T=0) + e_{\text{pol}}^{(\lambda)}(T=1). \end{aligned}$$

Как известно, для  $E1$ -переходов эффективные заряды:

$$e_{\text{эф}}^{(1)}(p) = (N/A)e; \quad e_{\text{эф}}^{(1)}(n) = -(Z/A)e. \quad (16)$$

Воспользуемся формулами (11), (12), а также формулами (59), (61), (63), (64) в [22] и получим

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \left( \frac{2 - \delta_{\mu 0}}{Y_t} \right)^{1/2} [e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p) X^t(p) y_p^t + e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n) X^t(n)] \quad (17)$$

и далее

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^2 = & \frac{2 - \delta_{\mu 0}}{\partial \mathcal{F}(\omega)/\partial \omega} \{ (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p))^2 X^t(p) [1 - (\kappa_0^{(\lambda\mu)} + \kappa_1^{(\lambda\mu)}) X^t(n)] + \\ & + (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n))^2 X^t(n) [1 - (\kappa_0^{(\lambda\mu)} + \kappa_1^{(\lambda\mu)}) X^t(p)] + \\ & + 2e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n) e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p) (\kappa_0^{(\lambda\mu)} - \kappa_1^{(\lambda\mu)}) X^t(n) X^t(p) \}. \end{aligned} \quad (18)$$

В результате приведенную вероятность  $E\lambda$ -перехода найдем в виде

$$\begin{aligned} B(E\lambda; 0^+ 0 \rightarrow I_f^\pi K_f) & \equiv B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) = \\ & = (00\lambda\mu | I_f K_f)^2 \frac{2 - \delta_{\mu 0}}{\partial \mathcal{F}(\omega_t)/\partial \omega_t} \{ (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p))^2 X^t(p) + \\ & + (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n))^2 X^t(n) - [\kappa_0^{(\lambda\mu)} (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p) - e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n))^2 + \\ & + \kappa_1^{(\lambda\mu)} (e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(p) + e_{\text{эф}}^{(\lambda)}(n))^2] X^t(n) X^t(p) \} \equiv \frac{P(\omega_t)}{\partial \mathcal{F}(\omega_t)/\partial \omega_t}. \end{aligned} \quad (19)$$

При изучении  $\gamma$ -переходов на состояния промежуточной или высокой энергии возбуждения используются силовые функции для приведенных вероятностей  $\gamma$ -переходов. Определим силовую функцию  $b(E\lambda, \omega)$  следующим образом:

$$b(E\lambda, \omega) = \sum_t B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) \rho(\omega - \omega_t). \quad (20)$$

Весовую функцию  $\rho(\omega - \omega_t)$  выберем в виде

$$\rho(\omega - \omega_t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta}{(\omega - \omega_t)^2 + (\Delta/2)^2}. \quad (21)$$

Эта функция имеет максимум при  $\omega = \omega_t$  и быстро падает, приближаясь к нулю при  $|\omega - \omega_t| \rightarrow \infty$ , она нормирована так, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega - \omega_t) d\omega = 1.$$

В (20) суммирование проводится по полному набору состояний  $t$  с данным значением  $K^\pi$ . Однако из-за быстрого убывания функции

(21) при удалении  $\omega$  от  $\omega_t$  выполняется соотношение

$$\int_{\omega-\Delta/2}^{\omega+\Delta/2} b(E\lambda, \omega') d\omega' \approx \sum_t B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t). \quad (22)$$

Силовую функцию (20) можно записать в виде контурного интеграла:

$$\begin{aligned} b(E\lambda, \omega) &= \frac{\Delta}{2\pi} \sum_t \frac{P(\omega_t)}{\partial \mathcal{F}(\omega_t)/\partial \omega_t} \frac{1}{(\omega - \omega_t)^2 + (\Delta/2)^2} = \\ &= \frac{\Delta}{2\pi} \frac{1}{2\pi i} \int_{C_t} \frac{P(z)}{\mathcal{F}(z)} \frac{dz}{(\omega - z)^2 + (\Delta/2)^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

контур интегрирования  $C_t$  показан на рис. 2. Равенство (23) очевидно, поскольку функция  $t(z) = P(z) \rho(\omega - z)/\mathcal{F}(z)$  в точках  $z = \omega_t$  имеет полюсы первого порядка. Учитывая, что функция

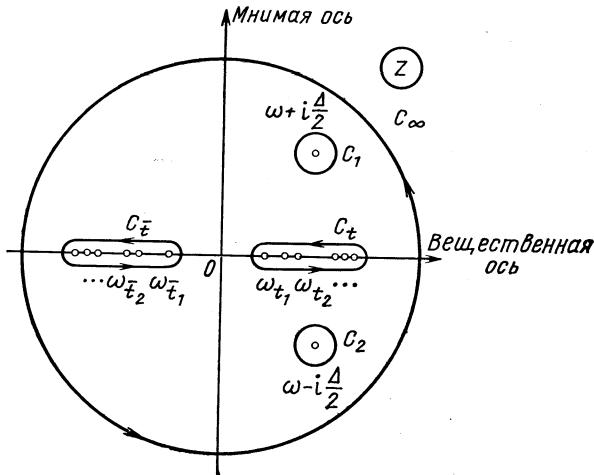


Рис. 2. Контур интегрирования в комплексной плоскости  $z$

$t(z)$  мероморфна и, следовательно, сумма вычетов относительно всех ее особенностей, включая и бесконечно удаленную точку, равна нулю, можно представить  $b(E\lambda, \omega)$  в следующем виде:

$$b(E\lambda, \omega) \equiv \oint_{C_t} - \oint_{C_\infty} - \oint_{C_{\bar{t}}} - \oint_{C_1 + C_2}. \quad (24)$$

Здесь учтено, что подынтегральная функция  $t(z)$  голоморфна в точках  $z = \pm \epsilon (qq')$ . Интеграл по контуру  $C_\infty$  равен нулю, поскольку при больших  $z$  подынтегральное выражение пропор-

ционально  $z^{-4}$ . Силовая функция  $b(E\lambda, \omega)$  имеет физический смысл только при  $\omega > 0$ , при этом легко видеть, что

$$\oint_{C_t^-} = \frac{\Delta}{2\pi} \sum_t \frac{P(\omega_t)}{\partial \mathcal{F}(\omega_t)/\partial \omega_t} \frac{1}{(\omega + \omega_t)^2 + (\Delta/2)^2}, \quad (25)$$

т.е. он монотонно убывает  $\sim \omega^{-2}$  и при достаточно больших значениях  $\omega$  им можно пренебречь. Наибольший вклад (25) даст при расчете приведенной вероятности для нижайших состояний, однако в этом случае число уровней невелико и можно пользоваться точным выражением (19). Непосредственные расчеты подтверждают, что вклад (25) в (24) пренебрежимо мал даже при  $\omega$ , равной энергии нижайшего фонона, он составляет менее 1 %. Вычисляем контурный интеграл  $\int_{C_1+C_2}$  вокруг точек  $z_{1,2} = \omega \pm i\Delta/2$ , являющихся полюсами функции  $\rho(\omega - z)$ , и получаем

$$b(E\lambda, \omega) \cong - \oint_{C_1+C_2} = \frac{\Delta}{2\pi} \sum_{1,2} \text{res} \left[ \frac{P(z)}{\mathcal{F}(z)} \frac{1}{(\omega - z)^2 + (\Delta/2)^2} \right]_{z_{1,2}=\omega \pm i\Delta/2} = \\ = \frac{1}{\pi} (00\lambda\mu | I_f K_f )^2 (2 - \delta_{\mu 0}) \text{Im} \left\{ \frac{P(\omega)}{\mathcal{F}(\omega)} \right\}_{\omega \rightarrow \omega + i\Delta/2}. \quad (26)$$

При изучении гигантских мультипольных резонансов оказываются полезными разного типа правила сумм. Они позволяют оценить степень коллективности гигантских резонансов. Можно показать, что если оператор  $E\lambda$ -перехода представить в виде

$$\hat{Q} = \sum_t \mathcal{M}(Q_t + Q_t^+), \quad (27)$$

где  $Q_t^+$  и  $\mathcal{M}$  определены выражениями (10) и (14), то

$$S_\lambda = \sum_t \omega_t B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) = \frac{1}{2} \langle [\hat{Q}, [H_v, \hat{Q}]] \rangle = \\ = e^2 (2 - \delta_{\mu 0}) \left\{ (e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(p))^2 \sum_{rr'} (u_{rr'}^{(+)} f^{\lambda\mu}(rr'))^2 \epsilon(rr') + \right. \\ \left. + (e_{\text{eff}}^{(\lambda)}(n))^2 \sum_{ss'} (u_{ss'}^{(+)} f^{\lambda\mu}(ss'))^2 \epsilon(ss') \right\}. \quad (28)$$

Это модельно-зависимое энергетически взвешенное правило сумм (EWSR). Оно позволяет определить долю силы  $E\lambda$ -переходов для состояний, лежащих в определенном интервале энергии возбуждения.

Особый интерес представляет так называемое *безмодельное энергетически взвешенное правило сумм*. При пренебрежении обменными и зависящими от скорости силами и при суммировании по возбужденным уровням, лежащим ниже порога  $m$

ния, получается следующее правило сумм для  $\lambda > 1$ ,  $T = 0$ , 1 (см., например, [32]):

$$S_\lambda = \sum_t \omega_t B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) = 3 \frac{\lambda(2\lambda+1)}{4\pi} \frac{Ze^2\hbar^2}{2m} R_0^{2\lambda-2} = \\ = 4,8\lambda(3+\lambda)^2 Z A^{-2/3} B_{SP}(E\lambda), \text{ МэВ}, \quad (29)$$

где  $R_0 = r_0 A^{1/3}$ ;  $r_0 = 1,2$  ферми;  $B_{SP}(E\lambda) = \frac{2\lambda+1}{4\pi} \left(\frac{3}{3+\lambda}\right)^2 R_0^{2\lambda} e^2$  одночастичная вероятность  $E\lambda$ -перехода. Здесь суммируются переходы на однофононные состояния со всеми возможными значениями  $\mu$  при данном  $\lambda$ . Например, для  $\lambda = 2$  в левой части (28) и (29) содержатся переходы на состояния с  $I_f^{nf} K_f$ , равными  $2^+0$ ,  $2^+1$  и  $2^+2$ .

В случае  $E1$ -перехода EWSR имеет вид

$$S_1 = \sum_t \omega_t B(E1; 0 \rightarrow \omega_t) = \frac{9}{8\pi} \frac{e^2 \hbar^2}{m} \frac{NZ}{A}, \quad (30)$$

которое переходит в хорошо известное правило сумм Томаса — Райха — Куна для сечения дипольного фотопоглощения

$$\sigma_{E1} = \int_0^\infty \sigma_{E1}(\omega) d\omega = \sum_g \sigma_{E1}(\omega_g) = \\ = \frac{2\pi^2 e^2 \hbar}{mc} \frac{NZ}{A} = 60 \frac{NZ}{A}, \text{ МэВ·мбарн}, \quad (31)$$

если учесть соотношение между сечением фотопоглощения на уровне  $t$  и вероятностью электрического перехода  $0 \rightarrow \omega_t$ :

$$\sigma_{E\lambda}(\omega_t) = \pi^2 \left(\frac{\hbar c}{\omega_t}\right)^2 \hbar w(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t); \quad (32)$$

$$w(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) = 8\pi \frac{\lambda+1}{\lambda [(2\lambda+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{\hbar c}\right)^{2\lambda+1} B(E\lambda; 0 \rightarrow \omega_t). \quad (33)$$

В некоторых случаях могут оказаться полезными соотношения между сечениями фотопоглощения и вероятностями соответствующих электрических переходов для нижайших мультипольностей:

$$\sigma_{E\lambda}(\omega_t) = \begin{cases} 0,282 \omega_t B(E1; 0 \rightarrow \omega_t) [e^2 \cdot \text{ферми}] = \\ = 4,04 \omega_t B(E1; 0 \rightarrow \omega_t) [\text{МэВ} \cdot \text{мбарн}]; \\ 0,217 \cdot 10^{-6} \omega_t^3 B(E2; 0 \rightarrow \omega_t) [e^2 \cdot \text{ферми}] = \\ = 3,12 \cdot 10^{-6} \omega_t^3 B(E2; 0 \rightarrow \omega_t) [\text{МэВ} \cdot \text{мбарн}]; \\ 0,101 \cdot 10^{-12} \omega_t^5 B(E3; 0 \rightarrow \omega_t) [e^2 \cdot \text{ферми}] = \\ = 1,44 \cdot 10^{-12} \omega_t^5 B(E3; 0 \rightarrow \omega_t) [\text{МэВ} \cdot \text{мбарн}]. \end{cases} \quad (34)$$

Кроме того, для электрического дипольного гигантского резонанса обычно исследуются моменты сечения фотопоглощения ( $n = -1, -2$ ):

$$\sigma_n = \frac{16\pi^3}{9} \sum_t \omega_t^{n+1} B(E1; 0 \rightarrow \omega_t). \quad (35)$$

Метод силовых функций можно применить для нахождения энергетически взвешенных сумм  $S_\lambda$  и сечений фотопоглощения  $\sigma_{E\lambda}$ ,  $\sigma_{-1}$  и  $\sigma_{-2}$ . Проводя такую же процедуру, как при выводе формулы (26) для энергетически взвешенной суммы, получаем

$$S_\lambda(\omega) = \sum_t \omega_t B(E_\lambda; 0 \rightarrow \omega_t) \rho(\omega - \omega_t) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \left. \frac{zP(z)}{\mathcal{F}(z)} \right|_{z=\omega+i\Delta/2}. \quad (36)$$

Метод силовых функций имеет большое практическое преимущество перед традиционным способом, требующим решения на ЭВМ очень большого числа сложных уравнений для непосредственного нахождения энергий и волновых функций возбужденных состояний ядер. При одинаковом конечном результате вычислительное время на ЭВМ сокращается на несколько порядков. Метод можно использовать для изучения других процессов в сферических и деформированных ядрах, в частности возбуждения гигантских резонансов в реакциях с различными частицами [19].

#### 4. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ГИГАНТСКИЙ ДИПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС

Из всех гигантских резонансов экспериментально лучше всего изучен электрический дипольный резонанс [34]. Среди работ, посвященных теоретическому описанию дипольного резонанса, в настоящее время наибольший интерес представляют те, которые основываются на микроскопическом и полумикроскопическом подходах. Нефеноменологическое описание гигантских резонансов позволяет наиболее полно исследовать их свойства.

Для деформированных ядер гигантский электрический дипольный резонанс ( $\lambda = 1$ ) образуется состояниями с  $K^\pi = 0^-$  и  $1^-$ . В формировании его участвует большое число однофононных состояний, общее число которых достигает нескольких сот. Например, для ядер из области  $A = 239$  в интервале 7–20 МэВ расположено свыше 400 фононов с  $K^\pi = 0^-$  и свыше 1100 фононов с  $K^\pi = 1^-$ . Ширина резонанса является, по существу, шириной области его локализации и не связана с естественной шириной отдельных состояний.

Как указывалось в разд. 3, исследование состояний с промежуточной и высокой энергиями возбуждения удобно проводить

с использованием силовых функций и процедуры усреднения. Можно показать, что параметр усреднения  $\Delta$  не влияет на рассчитываемые интегральные характеристики резонансов, если выполняется условие

$$\Delta < \Gamma_{\text{рез.}} \quad (37)$$

От величины  $\Delta$  зависит лишь плавность и высота отдельных пиков. При выполнении условия (37) рассчитываемые ширина и сечение резонанса определяются не параметром  $\Delta$ , а свойствами однофононных состояний, составляющих резонанс. В соответствии с (37)  $\Delta$  выбирается  $\sim 1-1,5$  МэВ. Результаты расчетов гигантского электрического дипольного резонанса для некоторых ядер редкоземельной и трансурановой областей представлены на рис. 3-б и в табл. 4, 5. На рис. 3 показано расщепление резонанса по  $K = 0$  и 1 из-за деформации ядра. Под энергиями  $E$ ,  $E_1$  и  $E_2$  в дальнейшем понимаются соответственно центры тяжести всего резонанса и его проекций с  $K = 0$  и 1. Из сравнения силовых функций сечения  $E1$ -фотопоглощения, рассчитанных с  $\Delta = 0,1$  МэВ (см. рис. 3, а) и  $\Delta = 1,5$  МэВ (см. рис. 3, б), видно, что область локализации резонанса (его ширина) не зависит от параметра усреднения  $\Delta$ .

Почти вся сила резонанса сосредоточена в энергетическом интервале шириной около 10 МэВ. Отдельные состояния в этом интервале являются заметно коллективизированными, приведенные вероятности  $E1$ -переходов для них достигают 0,1–0,5 спр. Для  $^{238}\text{U}$  около 150 однофононных состояний с  $K^\pi = 0^-$  и  $1^-$  имеют значения  $B(E1, 0 \rightarrow \omega_t)$ , большие 0,01 спр состояния исчерпывают  $\sim 80\%$  энергетически взвешенной суммы. Вне области гигантского резонанса имеются лишь очень слабые двухквазичастичные дипольные состояния с  $K^\pi = 0^-$  и  $1^-$ , величины  $B(E1, 0 \rightarrow \omega_t)$ , для которых  $\sim 10^{-4}$  спр и меньше. Они могут повлиять на радиационную силовую функцию вблизи энергии связи нейтрона  $B_n$ .

Из рис. 4, взятого из работы [19], следует, что использованный базис является достаточно полным для описания гигантского дипольного резонанса. Можно также заключить, что положение резонанса не связано с распределением плотности отдельных двухквазичастичных состояний. Это указывает на важность введения диполь-дипольных взаимодействий для определения положения резонанса.

Резонансы для каждого значения  $K$  имеют сложную структуру, определяющуюся оболочечными эффектами. Положение их максимумов не совпадает. Это приводит к расщеплению на два пика  $E1$ -резонанса для большинства деформированных ядер, что хорошо известно из эксперимента. В настоящих расчетах резонанс с  $K = 0$  имеет для многих рассчитанных ядер ширину, большую

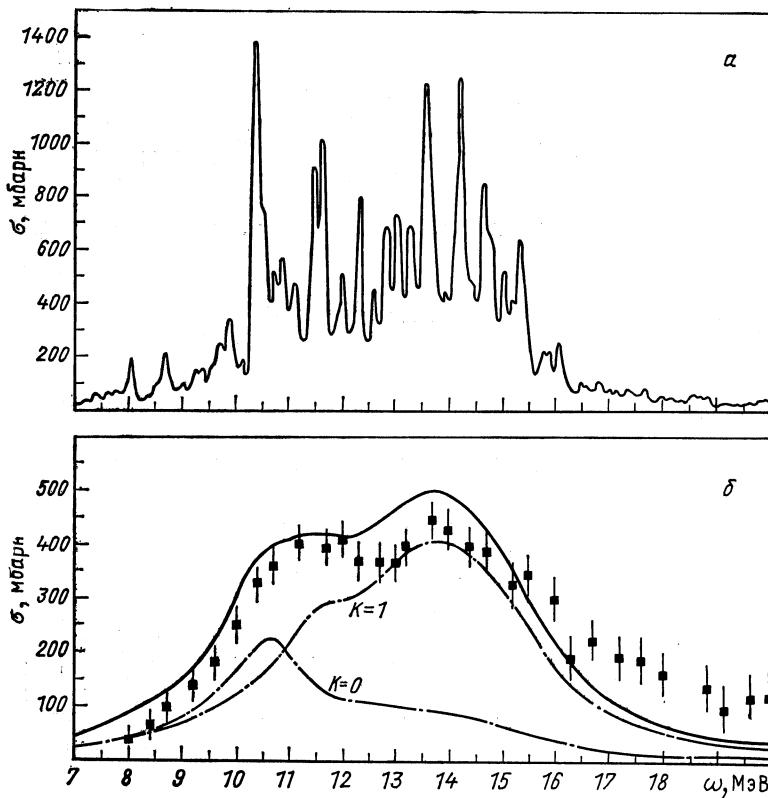


Рис. 3. Силовая функция  $E1$ -возбуждения  $^{238}\text{U}$ :  
 а — при  $\Delta = 0,1 \text{ МэВ}$ ; б —  $\Delta = 1,5 \text{ МэВ}$ ; штрих-пунктиром показаны резонансы с  $K = 0$  и  $1$ , экспериментальные данные взяты из работы [36]

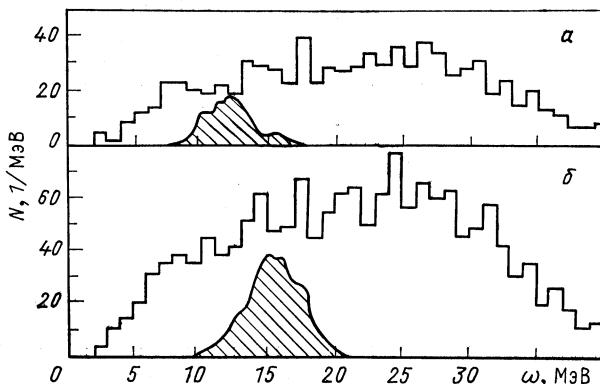


Рис. 4. Плотности двухквазичастичных состояний в  $^{166}\text{Er}$ :  
 а —  $\lambda\mu = 10$ ; б —  $\lambda\mu = 11$ ; заштрихованные области — положение соответствующих резонансов в произвольных единицах

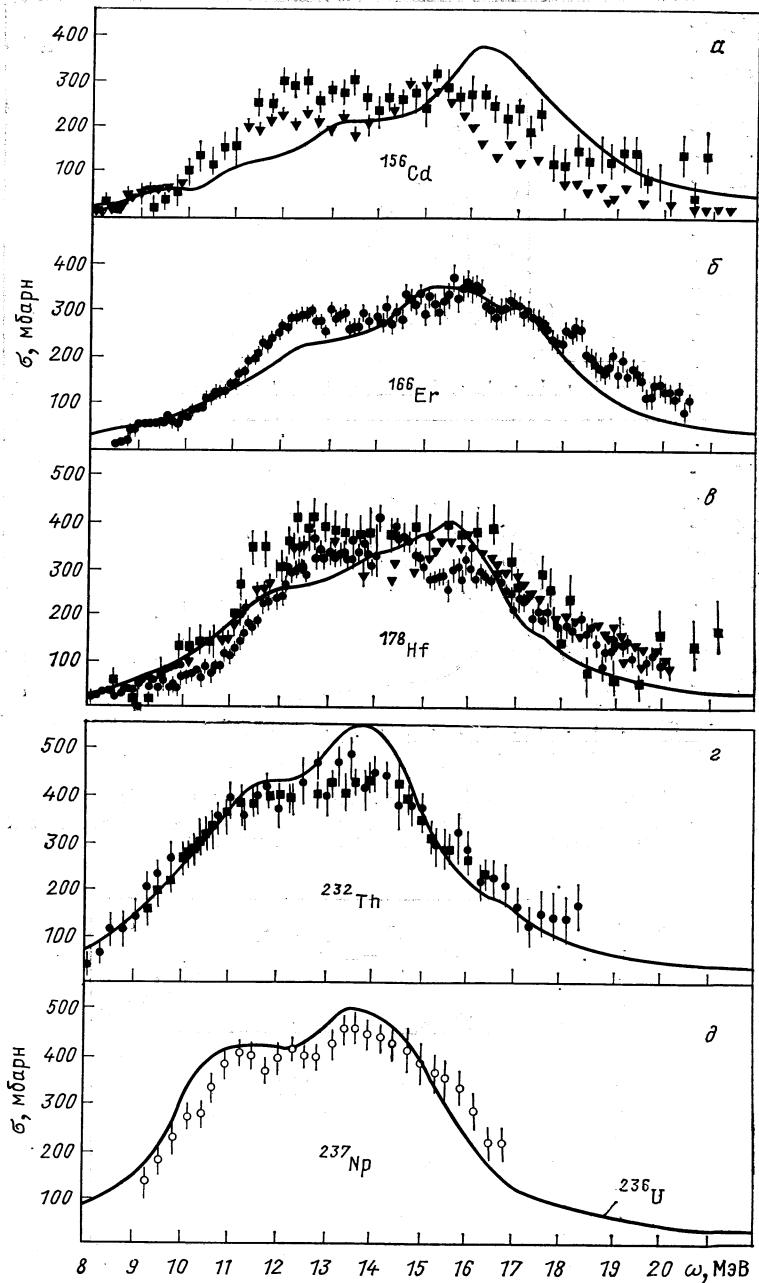


Рис. 5. Расчетные и экспериментальные сечения E1-фотопоглощения

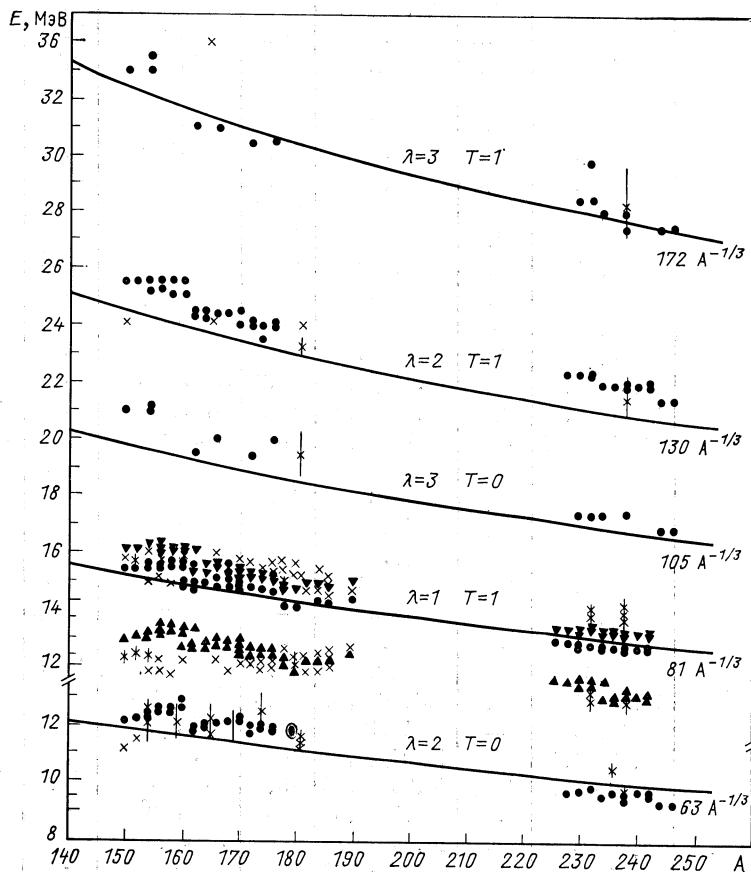
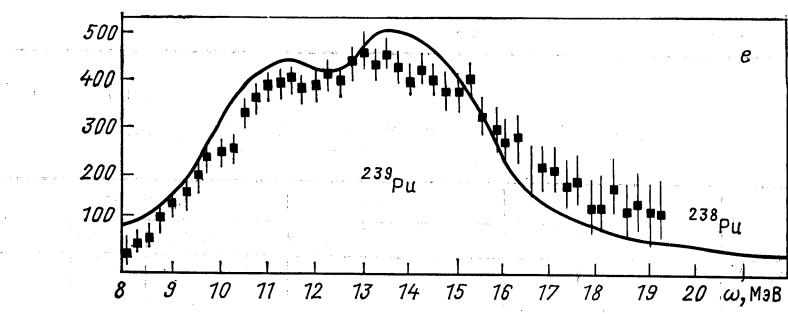


Рис. 6. Энергии изоскалярных ( $T = 0$ ) и изовекторных ( $T = 1$ ) дипольного ( $\lambda = 1$ ), квадрупольного ( $\lambda = 2$ ) и октупольного ( $\lambda = 3$ ) резонансов:  
сплошные линии — феноменологические оценки; ●, ▲, ▼ — расчеты в однофононном приближении; × и ✕ — экспериментальные данные

Таблица 4

**Энергия  $E_1$ ,  $E_2$  и полные сечения фотопоглощения  
тигантских дипольных резонансов**

Ядро	$E_1$ , МэВ		$E_2$ , МэВ		$\sigma_{E_1}$ , барн·МэВ		
	эксперим.	теорет.	эксперим.	теорет.	эксперим.	теорет.	TPK
$^{150}\text{Nd}$	$12,3 \pm 0,15$	13,2	$16,0 \pm 0,15$	15,8	2,011	1,97	2,16
$^{152}\text{Sm}$	$12,45 \pm 0,1$	13,0	$15,85 \pm 0,1$	15,9	$2,05 \pm 0,1$	2,12	2,20
$^{154}\text{Sm}$	$12,35 \pm 0,1$	13,1	$16,1 \pm 0,1$	15,9	$2,07 \pm 0,1$	2,16	2,22
$^{154}\text{Gd}$	11,9	13,2	15,0	16,1	2,0	2,23	2,24
$^{156}\text{Gd}$	11,9	13,2	15,2	16,0	2,11	2,22	2,26
	12,3	—	—	—	—	—	—
$^{158}\text{Gd}$	11,7	13,2	14,9	16,0	2,16	2,22	2,28
$^{160}\text{Gd}$	12,23	13,2	15,96	16,0	2,533	2,37	2,30
$^{166}\text{Er}$	12,32	12,6	15,99	15,3	—	2,32	2,41
$^{168}\text{Er}$	11,9	12,8	15,5	15,3	—	2,32	2,43
$^{170}\text{Yb}$	12,14	12,5	15,76	15,1	—	2,35	2,47
$^{172}\text{Yb}$	12,11	12,5	15,72	15,0	—	2,35	2,49
$^{174}\text{Yb}$	12,04	12,5	15,43	15,0	—	2,37	2,51
	12,3	—	15,5	—	—	—	—
$^{176}\text{Yb}$	12,03	12,5	15,25	14,9	—	2,34	2,53
$^{176}\text{Hf}$	$12,36 \pm 0,04$	12,8	$15,71 \pm 0,06$	15,2	$2,571 \pm 0,012$	2,45	2,55
$^{178}\text{Hf}$	$12,41 \pm 0,05$	12,3	$15,75 \pm 0,06$	14,8	$2,58 \pm 0,015$	2,40	2,57
$^{180}\text{Hf}$	$12,41 \pm 0,04$	12,2	$15,75 \pm 0,05$	14,7	$2,535 \pm 0,012$	2,39	2,59
	12,2	—	15,3	—	—	—	—
$^{182}\text{W}$	11,9	12,4	14,8	14,8	—	2,46	2,64
$^{184}\text{W}$	11,9	12,3	14,8	14,9	—	2,47	2,65
	12,5	—	15,6	—	2,65	—	—
$^{186}\text{W}$	12,59	12,3	14,88	14,9	3,004	2,63	2,67
	12,0	—	14,5	—	—	—	—
	12,5	—	15,2	—	2,67	—	—
$^{190}\text{Os}$	12,6	12,6	14,8	15,0	2,74	2,57	2,74
$^{232}\text{Th}$	$10,99 \pm 0,16$	11,7	$13,9 \pm 0,13$	13,3	$2,92 \pm 0,32$	3,04	3,30
	11,26	—	14,18	—	2,694	—	—
	11,08 $\pm 0,12$	—	$14,07 \pm 0,14$	—	$2,5 \pm 0,25$	—	—
$^{238}\text{U}$	$10,97 \pm 0,13$	11,1	$14,25 \pm 0,18$	13,2	$2,95 \pm 0,29$	3,06	3,39
	10,8 $\pm 0,3$	—	$13,9 \pm 0,3$	—	3,026	—	—
	10,96 $\pm 0,09$	—	$14,04 \pm 0,13$	—	$2,98 \pm 0,15$	—	—
	10,95 $\pm 0,06$	—	$14,0 \pm 0,08$	—	—	—	—
	10,92	—	13,98	—	—	—	—

Таблица 5

**Характеристики гигантских дипольных резонансов**

Ядро	E, МэВ	Г, МэВ	Вклад в EWSR, МэВ·мбарн	EWSR, МэВ·мбарн	
				Модельная	Безмодельная
$^{150}\text{Nd}$	15,4	5,2	2240	2600	2160
$^{152}\text{Sm}$	15,5	5,4	2310	2680	2200
$^{154}\text{Sm}$	15,5	5,5	2310	2680	2220
$^{156}\text{Sm}$	15,4	5,4	2310	2680	2240
$^{154}\text{Gd}$	15,6	5,6	2390	2760	2240
$^{156}\text{Gd}$	15,6	5,6	2380	2760	2260
$^{158}\text{Gd}$	15,6	5,5	2380	2760	2280
$^{160}\text{Gd}$	15,5	5,4	2370	2760	2300
$^{156}\text{Dy}$	15,7	5,8	2460	2840	2280
$^{158}\text{Dy}$	15,7	5,8	2460	2840	2310
$^{160}\text{Dy}$	15,6	5,8	2450	2840	2330
$^{162}\text{Dy}$	14,8	6,4	2450	2870	2350
$^{164}\text{Dy}$	14,8	6,4	2440	2860	2370
$^{160}\text{Er}$	15,0	6,6	2520	2930	2350
$^{162}\text{Er}$	15,0	6,5	2520	2930	2370
$^{164}\text{Er}$	14,9	6,5	2510	2930	2390
$^{166}\text{Er}$	14,9	6,5	2500	2930	2410
$^{168}\text{Er}$	14,8	6,4	2500	2930	2430
$^{170}\text{Er}$	14,8	6,3	2500	2930	2450
$^{166}\text{Yb}$	15,1	6,5	2600	3050	2430
$^{168}\text{Yb}$	15,0	6,4	2600	3040	2450
$^{170}\text{Yb}$	14,6	5,4	2550	3000	2470
$^{172}\text{Yb}$	14,6	5,4	2540	3000	2490
$^{174}\text{Yb}$	14,5	5,3	2530	2990	2510
$^{176}\text{Yb}$	14,5	5,3	2520	2990	2530
$^{178}\text{Yb}$	14,4	5,4	2500	2970	2550
$^{170}\text{Hf}$	14,8	5,1	2650	3120	2490
$^{172}\text{Hf}$	14,8	5,2	2650	3120	2510
$^{174}\text{Hf}$	14,8	5,1	2640	3120	2530
$^{176}\text{Hf}$	14,7	5,0	2630	3120	2550
$^{178}\text{Hf}$	14,2	5,8	2550	3010	2570
$^{180}\text{Hf}$	14,2	5,9	2530	2990	2590
$^{182}\text{W}$	14,3	5,6	2620	3080	2640
$^{184}\text{W}$	14,3	5,6	2620	3100	2650
$^{186}\text{W}$	14,3	5,6	2630	3110	2670
$^{190}\text{Os}$	14,5	5,7	2750	3270	2740
$^{226}\text{Ra}$	13,0	5,5	3440	4080	3220
$^{228}\text{Th}$	13,0	5,7	3440	4060	3270
$^{230}\text{Th}$	13,0	5,6	3450	4070	3290
$^{222}\text{Th}$	13,0	5,4	3450	4080	3300
$^{230}\text{U}$	12,9	5,8	3440	4040	3310
$^{232}\text{U}$	12,9	5,7	3450	4050	3330
$^{234}\text{U}$	12,9	5,6	3460	4070	3350
$^{236}\text{U}$	12,8	6,1	3480	4150	3370
$^{238}\text{U}$	12,8	6,1	3490	4170	3390
$^{236}\text{Pu}$	12,8	6,2	3500	4160	3390
$^{238}\text{Pu}$	12,8	6,1	3520	4180	3410
$^{240}\text{Pu}$	12,9	6,1	3520	4200	3430
$^{242}\text{Pu}$	12,8	6,1	3520	4200	3450
$^{242}\text{Cm}$	12,9	6,2	3570	4240	3480

по сравнению с величиной, обычно извлекаемой из эксперимента, и поэтому низкоэнергетический пик выражен слабее. Из рис. 3 и 5 видно, что в пределах экспериментальных погрешностей имеется качественное соответствие в поведении теоретического и экспериментального сечения фотопоглощения в зависимости от энергии возбуждения. Необходимо отметить, что расщепление на два пика определяется не только расщеплением резонанса по  $K$ , но и дополнительным конфигурационным расщеплением каждого из них.

Расчеты дипольных гигантских резонансов выполнены для четно-четных ядер. Однако на рис. 5 в некоторых случаях они сравниваются с экспериментальными данными, полученными в соседних нечетных ядрах. Ожидается незначительное изменение гигантских резонансов в нечетных ядрах по сравнению с четно-четными [35].

Из рис. 3 и 5 видно, что во всех случаях в расчетах имеется некоторое завышение сечения в максимуме и недостаточность в высокоенергетической части (вне зависимости от  $\Delta$ ). Частично устранить указанные отклонения, возможно, позволит учет высших конфигураций [33].

В табл. 4 приведены  $E_1$ ,  $E_2$  и интегральные сечения фотопоглощения в области гигантского дипольного резонанса, которые сравниваются с правилом сумм Томаса — Райха — Куна (TPK) [31]. Интегрирование производилось приблизительно по той же области энергий, что и на эксперименте [36—40]. Видно, что имеется вполне удовлетворительное описание интегральных свойств дипольного резонанса. Некоторое превышение правила сумм на эксперименте, видимо, свидетельствует о наличии обменных или зависящих от скорости сил, которые не учитываются при вычислении безмодельных сумм. В большинстве случаев отличие рассчитанных сечений фотопоглощения от экспериментальных не превышает 10—15 %. На рис. 6 показана зависимость положения центра тяжести дипольного резонанса и каждого из пиков  $K = 0$  и 1 от  $A$ . Результаты расчетов находятся в соответствии с феноменологическими оценками и экспериментальными данными. В табл. 5 представлены результаты расчетов положения и полуширины  $\Gamma_{1/2}$  гигантского резонанса. Сравнивается энергетически взвешенная сумма приведенных вероятностей  $E1$ -переходов с правилом сумм ТРК [31].

## 5. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ГИГАНТСКИЙ КВАДРУПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС

Рассмотрим однофононное пространство для квадрупольных фононов. При изучении квадрупольных фононов, т. е. фононов с  $\lambda = 2$ , вычисляются независимо однофононные состояния с  $K^\pi =$

$= 0^+$ ,  $1^+$  и  $2^+$ . Для каждого значения  $K^\pi$  число однофононных состояний до энергии возбуждения 40 МэВ равно 2000–3000. Плотность состояний с  $K^\pi = 2^+$  и силовая функция  $b(E2, \omega)$  приведенной вероятности переходов на них в  $^{238}\text{U}$  приведена на рис. 7. Из рисунка видно, что при энергии возбуждения более 15 МэВ имеется  $\sim 100$  решений секулярного уравнения (11) в интервале 1 МэВ. На рис. 7 показано, что наше одиночастичное пространство достаточно велико, так что при энергии 30 МэВ плотность еще не начинает спадать.

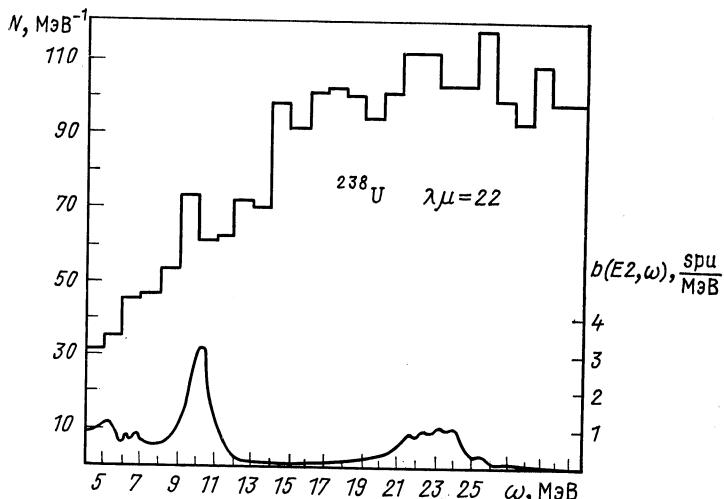


Рис. 7. Плотность  $N$  двухквазичастичных состояний с  $K^\pi = 2^+$  (гистограмма) и силовая функция  $b(E2, 0_g^+, s \rightarrow 2+2)$  (нижняя кривая) в  $^{238}\text{U}$

Изучим, как распределяется сила однофононных состояний с  $K^\pi = 2^+$ ,  $1^+$  и  $0^+$  четно-четных деформированных ядер по разным интервалам энергии возбуждения. Первые  $K^\pi = 2^+$  состояния являются коллективными, для них  $B(E2)$ -величины равны 2–6 одночастичным единицам. Энергии первых состояний, как правило, меньше 1 МэВ и их вклад в EWSR невелик (порядка 2%). Ротационное движение ядра, как целого, выделено таким выбором константы  $\kappa_0^{(21)}$ , что энергия нижайшего состояния с  $K = 1$  равна нулю. Однако первое ротационное состояние дает небольшой вклад в EWSR. Первые  $K^\pi = 0^+$  состояния являются коллективными, но значения  $B(E2)$  величин несколько меньше, чем для  $K^\pi = 2^+$  состояний.

Значения силовой функции  $b(E2, \omega)$  для  $^{166}\text{Er}$  приведены на рис. 8. Даны значения  $b(E2, \omega)$  для переходов на состояния с  $K = 0, 2$  и  $1$  и суммарные переходы. В табл. 6 для  $^{158}\text{Dy}$  и  $^{232}\text{Th}$

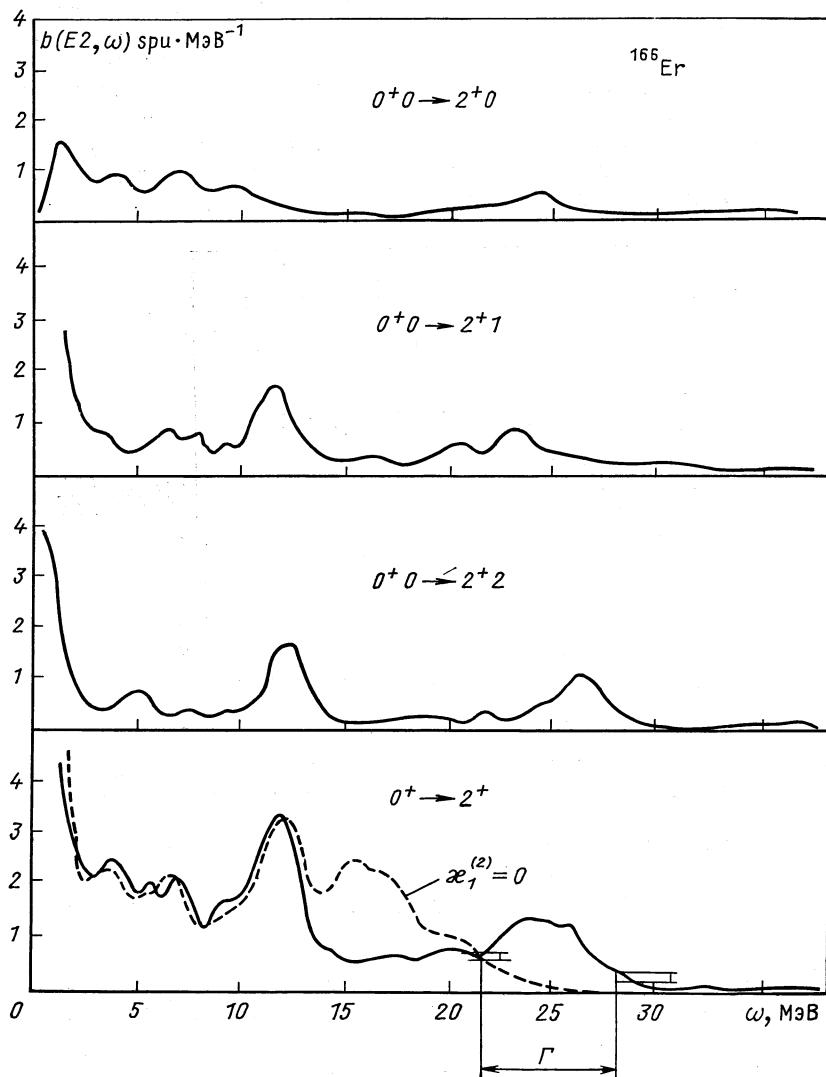


Рис. 8. Силовые функции  $b(E2, \omega)$  в  $^{166}\text{Er}$  для  $E2$ -переходов из основного состояния на состояния с  $I^\pi K = 2^+0, 2^+1$  и  $2^+2$  и их суммарное значение: на нижнем рисунке штриховой линией даны значения  $b(E2, \omega)$ , рассчитанные с  $\alpha_1^{(\lambda\mu)} = 0$ ;  $\Gamma$  — область нахождения резонанса

приведены энергетические взвешенные суммы и их значения в процентах по отношению к безмодельным EWSR для различных интервалов до энергии возбуждения 40 МэВ. Из рис. 8 и табл. 6 видно, что для каждого значения  $K$  проявляются четко изоскалярный и изовекторный квадрупольные резонансы. В энергетических интервалах 3—9 МэВ и 14—22 МэВ значения силовой функции меньше, чем в других интервалах.

В деформированных ядрах гигантский квадрупольный резонанс состоит из смеси компонент с  $K = 0, 1, 2$ . Резонансы для каждого значения  $K$  имеют сложную форму, которая слажена из-за большого значения параметра  $\Delta = 1$  МэВ. Положения максимумов изоскалярных и изовекторных резонансов с  $K = 0, 1, 2$  не совпадают. Это приводит к уширению изоскалярного и изовекторного резонансов в деформированных ядрах по сравнению со сферическими ядрами, что согласуется с экспериментальными данными [41]. Отметим, что имеет место уширение гигантских квадрупольных резонансов, а не их расщепление. Рассчитанное в [18] положение изоскалярных максимумов с  $K = 0, 1, 2$  несколько отличается от результатов вычислений [42], в которых получено расщепление гигантского квадрупольного резонанса. Заметим, что рассчитанная в [18] последовательность пиков с различными значениями  $K$  сохраняется во всех ядрах.

В нижней части рис. 8 дана полная силовая функция  $b(E2, \omega)$  для  $E2$ -переходов на состояния с  $I^\pi = 2^+$  со всеми возможными значениями  $K$ . Пунктиром отмечены значения  $b(E2, \omega)$ , рассчитанные с  $\chi_1^{(2\mu)} = 0$ . Из рисунка видно, что при  $\chi_1^{(2\mu)} = 0$  ширина квадрупольного изоскалярного резонанса оказывается сильно завышенной. Положение изовекторного резонанса определяется величиной  $\chi_1^{(2\mu)}$ .

На рис. 6 и в табл. 7, рассчитанной в [18], даны энергии гигантских изоскалярных и изовекторных квадрупольных резонансов. Энергии изоскалярных резонансов равны примерно 12 МэВ в ядрах редкоземельной области и 10 МэВ в области актинидов. Положение гигантских изоскалярных квадрупольных резонансов и поведение силовых функций  $b(E2, \omega)$  ниже их, практически не зависит от  $\chi_1^{(2\mu)}$ . Результаты расчетов энергий резонансов согласуются с имеющимися экспериментальными данными [40, 41, 43—45].

Ширины изоскалярного и изовекторного гигантского квадрупольного резонанса в деформированных ядрах в значительной степени определяются некоторым несовпадением резонансов с различными значениями  $K$ . Из рис. 8 видно, что форма резонанса сильно отличается от гауссовой кривой, и поэтому следует говорить об энергетическом интервале локализации резонанса (полная ширина  $\Gamma$ ) и энергии его центра тяжести  $E$ , а не о полуширине и положении пика. Края этого интервала для определенности

Рассчитанные значения EWSR ( $\lambda = 2$ ) в  $^{158}\text{Dy}$ 

Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	EWSR $s\mu\cdot\text{МэВ}$ (Модельная/Безмодельная, %)			
	$K = 0$	$K = 1$	$K = 2$	все $K$
0—3	7(1,3)	25(4,6)	12(2,2)	44(8,1)
3—9	18(3,3)	20(3,7)	12(2,2)	50(9,2)
9—14	17(3,1)	45(8,3)	40(7,4)	102(18,8)
14—22	17(3,1)	40(7,4)	26(4,8)	83(15,3)
22—28	32(5,9)	68(12,6)	63(11,6)	163(30,1)
28—40	6(1,1)	11(2,0)	16(3,0)	33(6,1)
0—40	97(17,9)	209(38,6)	169(31,2)	475(87,6)

фиксируем на уровне 20% полной высоты соответствующего пика, отсчитываемой от «фона». На рис. 8 эти величины показаны на примере изовекторного резонанса. Результаты таким образом определенных энергий и ширин представлены на рис. 6 и в табл. 7. Подчеркнем, что рассчитанные нами полные ширины  $\Gamma$  практически не зависят от  $\Delta$ , так как  $\Gamma > \Delta$ .

Из табл. 7 видно, что положение гигантских квадрупольных резонансов очень слабо меняется внутри областей редкоземельных элементов и актиноидов. Это изменение даже меньше изменений энергии первых  $K^\pi = 2^+$  состояний. Изменение энергий и  $B(E\lambda)$  величин для первых однофононных состояний связано с изменением химического потенциала при переходе от одного ядра к другому и тем самым с изменением матричных элементов, соответствующих первым полюсам. Положение же гигантских резонансов определяется матричными элементами и соответствующими полюсами, вклад которых слабо меняется при переходе от одного ядра к другому. С этим обстоятельством связано небольшое изменение энергии гигантского квадрупольного резонанса с ростом  $A$ . Следует отметить, что результаты расчетов остаются стабильными при небольшом изменении параметров потенциала Саксона — Вудса и равновесных деформаций. Гигантские изоскалярный и изовекторный резонансы проявляются достаточно четко.

В табл. 6 приведены модельные EWSR для каждого ядра и дано отношение модельного к безмодельному значениям EWSR. Из этой таблицы видно, что это отношение принимает значения от 0,88 до 0,99 для случая, когда эффективные заряды равны нулю. В табл. 7 даны также модельные и безмодельные EWSR, из нее видно, что модельные EWSR несколько меньше безмодельных EWSR. Это свидетельствует о том, что в расчетах [18] учтена вся необходимая часть конфигурационного пространства. В табл. 6

Таблица 6

и  $^{232}\text{Th}$  для разных энергетических интервалов

Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	$^{232}\text{Th}$			
	$K = 0$	$K = 1$	$K = 2$	все $K$
0—3	12(2,4)	26(4,5)	17(3,0)	55(9,6)
3—8	20(3,5)	33(5,8)	20(3,5)	73(12,8)
8—12	18(3,2)	48(8,4)	44(7,7)	110(19,2)
12—19	19(3,3)	30(5,2)	25(4,4)	74(12,9)
19—25	37(6,5)	89(15,6)	77(13,5)	203(35,5)
25—40	6(1,0)	18(3,2)	20(3,5)	44(7,7)
0—40	112(19,6)	244(42,6)	203(35,5)	559(97,7)

даны величины EWSR для каждого значения  $K$ . Из таблицы видно, что вклад всех  $K$  является значительным, и все их нужно учитывать одновременно.

## 6. ОДНОФОНОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ГИГАНТСКИЙ ОКТУПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС

Рассмотрим однофононное пространство для октупольных ( $\lambda = 3$ ) фононов. Имеются четыре типа октупольных фононов с  $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$  и  $3^-$ . Расчет однофононных октупольных состояний в деформированных ядрах выполнен в работе [8]. Силовые функции  $b(E3, \omega)$  для  $E3$ -переходов на состояния с  $I^\pi = 3^-$  и  $K = 0, 1, 2$ , и  $3$  в  $^{238}\text{U}$  приведены на рис. 9. В нижней части рисунка дана полная силовая функция для переходов на состояния  $I^\pi = 3^-$  для  $K = 0, 1, 2, 3$ . В табл. 8 для  $^{154}\text{Sm}$  и  $^{232}\text{Th}$  даны энергетически взвешенные суммы и их доля (в процентах) к полной безмодельной энергетически взвешенной сумме для разных энергетических интервалов и значений  $K = 0, 1, 2, 3$ . Кроме того, приведены значения EWSR для всех  $K$  в каждом энергетическом интервале и суммарное значение до 40 МэВ. Расчеты выполнены с  $\Delta = 1$  МэВ, однако результаты слабо зависят от  $\Delta$ . В расчетах  $^{232}\text{Th}$ , выполненных с  $\Delta = 0,2$  МэВ, заметно меньшие значения получены в интервале 32—40 МэВ и в интервале 0—2 МэВ для  $K = 3$ . В остальных случаях значения в табл. 8, рассчитанные с  $\Delta = 1$  МэВ, отличаются от тех же величин, рассчитанных с  $\Delta = 0,2$  МэВ, не более чем на 10%.

Первые октупольные состояния с  $K^\pi = 0^-, 1^-$  и  $2^-$  являются коллективными и они дают суммарный вклад в безмодельное EWSR, равный 4—5%. Степень коллективности этих состояний

Таблица 7  
Характеристики гигантских квадрупольных резонансов

Ядро	$T \approx 0$			$T \approx 1$			EWSR	
	$E$ , МэВ	$\Gamma$ , МэВ	Вклад в EWSR, спр. МэВ (%)	$E$ , МэВ	$\Gamma$ , МэВ	Вклад в EWSR, спр. МэВ (%)	Модельная	Безмодельная
$^{150}\text{Nd}$	12,1	5	112(22)	25,5	5,5	138(27)	449	510
$^{152}\text{Sm}$	12,2	5	124(24)	25,5	5,5	151(29)	462	522
$^{154}\text{Sm}$	12,3	4,5	104(20)	25,5	5	145(29)	454	518
$^{154}\text{Gd}$	12,3	4,8	110(21)	25,2	5,5	157(29)	474	535
$^{156}\text{Gd}$	12,5	4	96(18)	25,3	5,7	163(31)	446	530
$^{158}\text{Gd}$	12,5	4	94(18)	25,1	6	161(31)	457	526
$^{160}\text{Gd}$	12,7	4	93(18)	25,1	5,8	158(30)	449	521
$^{156}\text{Dy}$	12,5	4,7	103(19)	25,5	5,5	161(29)	483	547
$^{158}\text{Dy}$	12,5	3,8	90(17)	25,5	5,5	163(30)	475	542
$^{160}\text{Dy}$	12,7	3,5	86(16)	25,5	7	171(32)	477	538
$^{162}\text{Dy}$	11,8	3,5	92(17)	24,3	6,5	177(33)	509	533
$^{164}\text{Dy}$	11,9	3,5	93(18)	24,3	6,2	162(31)	501	529
$^{162}\text{Er}$	11,8	3,7	93(17)	24,3	5,9	176(32)	527	549
$^{164}\text{Er}$	11,9	3	92(17)	24,3	6	177(32)	518	545
$^{166}\text{Er}$	12,0	3,1	97(18)	24,4	6	170(31)	510	540
$^{168}\text{Er}$	12,1	3,1	96(18)	24,4	6	167(31)	502	536
$^{170}\text{Er}$	12,1	3,1	91(17)	24,5	6	164(31)	494	532
$^{170}\text{Yb}$	12,2	3	93(17)	24,0	6,5	179(33)	516	547
$^{172}\text{Yb}$	12,0	3	96(18)	24,0	6,5	180(33)	524	543
$^{174}\text{Yb}$	11,8	3,5	113(21)	23,5	6,9	184(34)	515	539
$^{176}\text{Yb}$	11,9	3	95(18)	24,0	6,8	176(33)	508	535
$^{172}\text{Hf}$	11,8	3	100(18)	24,0	6,8	192(34)	550	559
$^{174}\text{Hf}$	11,8	3,2	105(19)	24,0	6,7	179(32)	541	554
$^{176}\text{Hf}$	11,8	3	99(18)	24,0	6,9	187(34)	533	550
$^{228}\text{Th}$	9,8	3,1	105(18)	22,4	6	215(37)	572	579
$^{230}\text{Th}$	9,9	3,1	104(18)	22,4	5,8	204(35)	566	575
$^{232}\text{Th}$	9,9	3,3	107(19)	22,3	5,9	207(36)	559	572
$^{232}\text{U}$	9,9	3,3	100(17)	22,3	5,4	202(35)	566	585
$^{234}\text{U}$	9,7	2,9	109(19)	22,0	6	214(37)	575	581
$^{236}\text{U}$	9,8	3	119(21)	22,0	6	216(37)	569	578
$^{238}\text{U}$	9,8	2,9	110(19)	22,0	6,5	212(37)	562	575
$^{238}\text{Pu}$	9,8	2,8	94(16)	22,0	5,7	197(34)	574	587
$^{240}\text{Pu}$	9,9	2,8	105(18)	22,0	6,2	208(36)	568	584
$^{242}\text{Pu}$	9,9	2,7	93(16)	22,0	6,7	211(36)	561	581
$^{242}\text{Cm}$	9,8	2,9	114(19)	22,0	6,5	210(35)	574	593
$^{244}\text{Cm}$	9,5	2,9	100(17)	21,5	7,3	232(39)	574	590
$^{246}\text{Cm}$	9,5	2,9	107(18)	21,5	7,5	233(40)	568	587

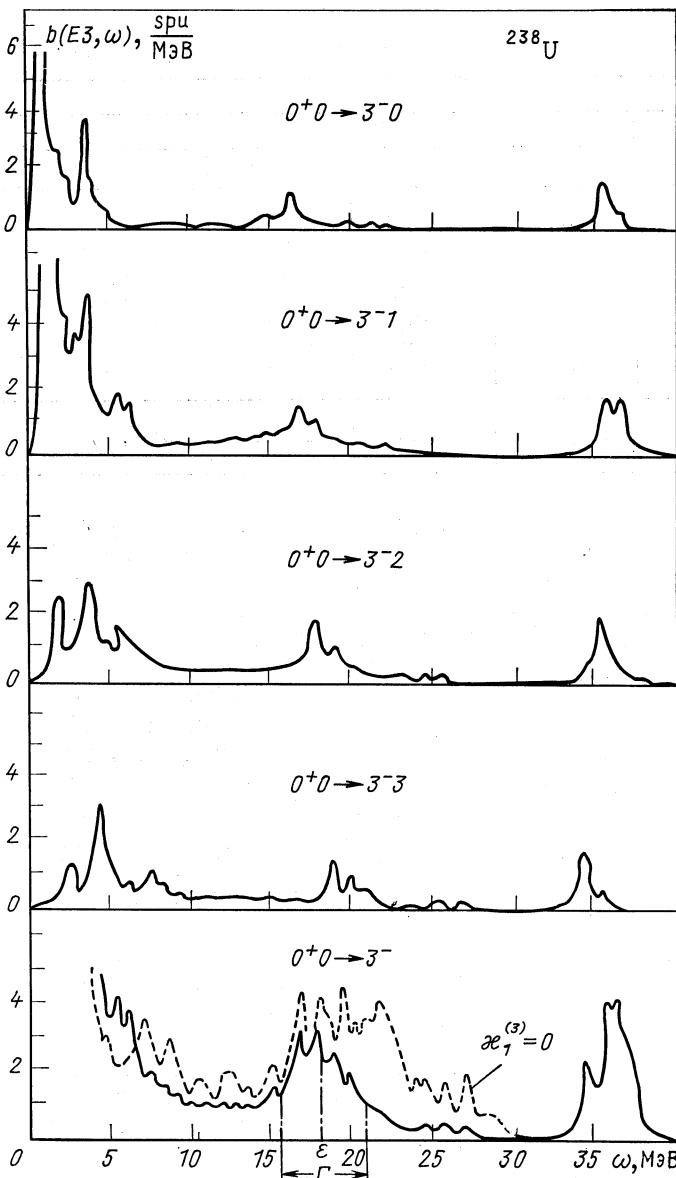


Рис. 9. Силовые функции  $b(E3, \omega)$  в  $^{238}\text{U}$  для  $E3$ -переходов из основного состояния на состояния с  $I^\pi K = 3^-0, 3^-1, 3^-2$  и  $3^-3$  и их суммарное значение: на нижнем рисунке штриховой линией даны значения  $b(E3, \omega)$ , рассчитанные с  $\chi^{(3\mu)} = 0$ ;  $\epsilon$  и  $\Gamma$  — центр тяжести и полная ширина изоскалярного резонанса

Рассчитанные значения EWSR ( $\lambda = 3$ ) в  $^{154}\text{Sm}$  и

Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	154Sm				
	K = 0	K = 1	K = 2	K = 3	Все K
0—2	14(1,2)	14(1,2)	13(1,2)	7(0,6)	48(4,3)
2—7	11(1,0)	32(2,9)	17(1,5)	19(1,7)	79(7,1)
7—17	15(1,3)	34(3,0)	34(3,0)	21(1,9)	104(9,3)
17—25	35(3,1)	70(6,2)	58(5,2)	41(3,7)	204(18,2)
25—30	18(1,6)	39(3,5)	29(2,6)	21(1,9)	107(9,6)
30—37	43(3,8)	80(7,2)	79(7,1)	60(5,4)	262(23,4)
37—40	3(0,3)	8(0,7)	9(0,8)	14(1,2)	34(3,0)
0—40	139(12,4)	277(25)	329(21,4)	183(16,4)	838(75)

сильно меняется при переходе от одного ядра к другому. Первые  $K^\pi = 3^-$  состояния являются слабоколлективизированными. Из табл. 8 видно, что для всех значений  $K$  поведение энергетически взвешенных сумм в разных интервалах энергий является сходным и вклад каждого значения  $K$  существенным.

Силовая функция  $b(E_3, \omega)$  для  $^{154}\text{Sm}$ , рассчитанная для всех значений  $K$ , приведена на рис. 10. Можно утверждать, что имеется три пика гигантских октупольных резонансов: низкоэнергетический октупольный резонанс (LEOR), изоскалярный и изовекторный. LEOR расположен при энергии 2—7 МэВ, он дает вклад в изоскалярное EWSR, равный 16—17 %. Полные вклады в LEOR возбуждений типа частица—дырка с  $\Delta N = 1$  составляют 60 % и с  $\Delta N = 3 — 40$  %. Расчеты положения LEOR и вкладов в EWSR находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [46].

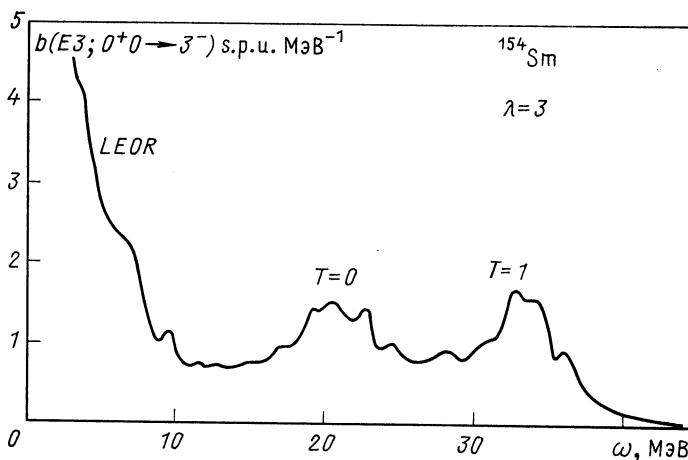
На рис. 9 и 10 видно типичное поведение октупольных резонансов. Изоскалярный и изовекторный резонансы выделены достаточно четко. На рис. 9 пунктиром обозначена функция  $b(E_3, \omega)$ , рассчитанная с  $\chi_1^{(3\mu)} = 0$ . Расчеты с  $\chi_1^{(3\mu)} = 0$  приводят к нефизическому уширению гигантского октупольного изоскалярного резонанса. Проведенные в [8] исследования показали, что изменения  $\chi_1^{(3\mu)}$  не очень сильно влияют на низкоэнергетическую часть силовой функции и на энергию октупольного изоскалярного резонанса. Поэтому расчеты дают однозначно положение гигантских изоскалярных октупольных резонансов в деформированных ядрах при энергии порядка 17—20 МэВ, значение которой уменьшается с увеличением  $A$ . Положение изовекторного резонанса определяется  $\chi_1^{(3\mu)}$ . Рассчитанные для ряда ядер энергии гигантских окту-

Таблица 8

<sup>232</sup>Th для разных энергетических интервалов

232Th					
Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	EWSR, s.p.u. МэВ (Модельная/Безмодельная, %)				
	K = 0	K = 1	K = 2	K = 3	Все K
0—2	14(1,1)	26(2,1)	18(1,5)	2(0,2)	60(4,8)
2—7	16(1,3)	31(2,5)	22(1,8)	20(1,6)	89(7,2)
7—15	18(1,5)	42(3,4)	28(2,3)	31(2,5)	119(9,6)
15—20	32(2,6)	61(4,9)	55(4,4)	44(3,6)	192(15,5)
20—25	23(1,9)	44(3,6)	34(2,8)	52(4,2)	153(12,4)
25—32	57(4,6)	119(9,6)	111(9,0)	85(6,9)	372(30,1)
32—40	10(0,8)	19(1,5)	21(1,7)	16(1,3)	66(5,3)
0—40	170(14)	342(28)	289(23,4)	250(20)	1051(85)

польных резонансов в зависимости от  $A$  приведены на рис. 6. Сплошными линиями показаны феноменологические оценки энергий резонансов.

Рис. 10. Октупольные резонансы в <sup>154</sup>Sm

Ширина гигантского октупольного резонанса в деформированных ядрах в значительной степени определяется некоторым несовпадением резонансов с различными значениями  $K$ , последовательность которых сохраняется во всех рассчитанных ядрах. Это ясно продемонстрировано на рис. 9. Рассчитанные гигантские октупольные резонансы в деформированных ядрах оказываются шире

квадрупольных резонансов. При обсуждении ширины гигантских резонансов нужно иметь в виду, что в [8] не учитывается естественная ширина уровней и взаимодействие с высшими конфигурациями.

В расчетах выбиралось достаточно широкое конфигурационное пространство (см. табл. 2). В результате рассчитанное значение энергетически взвешенной суммы для разных ядер исчерпывает на

Таблица 9  
Характеристики гигантских октупольных резонансов

Ядро	$T \approx 0$			$T \approx 1$			EWSR	
	$E$ , МэВ	$\Gamma$ , МэВ	Вклад в EWSR спр. МэВ (%)	$E$ , МэВ	$\Gamma$ , МэВ	Вклад в EWSR, спр. МэВ (%)	Мо- дель- ная	Безмо- дель- ная
$^{150}\text{Nd}$	21,0	8,0	230(27)	33,0	6,0	260(31)	840	1102
$^{154}\text{Sm}$	21,0	7,5	220(26)	33,5	6,5	300(35)	850	1119
$^{154}\text{Gd}$	21,0	7,5	220(26)	33,0	7,0	310(34)	880	1155
$^{162}\text{Dy}$	19,5	7,0	280(27)	31,0	8,0	460(45)	1030	1151
$^{166}\text{Er}$	20,0	7,0	280(27)	31,0	8,0	460(45)	1030	1167
$^{172}\text{Yb}$	19,5	6,0	220(24)	30,5	8,0	450(43)	1050	1173
$^{176}\text{Hf}$	20,0	6,0	220(21)	30,5	8,0	450(43)	1050	1188
$^{230}\text{Th}$	17,5	5,0	250(24)	28,5	7,0	440(41)	1070	1243
$^{232}\text{Th}$	17,5	5,0	250(24)	28,5	7,0	440(42)	1050	1236
$^{234}\text{U}$	17,5	5,0	270(25)	28,0	7,0	470(43)	1090	1256
$^{238}\text{U}$	17,5	5,0	250(23)	28,0	6,5	440(41)	1080	1242
$^{244}\text{Cm}$	17,0	5,0	240(22)	27,5	7,0	510(46)	1110	1274
$^{246}\text{Cm}$	17,0	5,0	240(22)	27,5	7,0	510(47)	1090	1268

80—90% безмодельную оценку энергетически взвешенного правила сумм (EWSR). При этом в область гигантских резонансов попадает большое число однофононных состояний. Например, для  $^{238}\text{U}$  в области изоскалярного резонанса находится  $\sim 1700$ , а в области изовекторного  $\sim 2400$  двухквазичастичных полюсов. Вклад в EWSR состояний с каждым значением  $K = 0, 1, 2, 3$  оказывается значительным.

В табл. 9 дана сводная информация о расчетах гигантских октупольных резонансов с  $\kappa_1^{(3\mu)} = -1,5\kappa_0^{(3\mu)}$  в деформированных ядрах. Приводится для  $T = 0,1$  положение, полная ширина, энергетически взвешенная сумма приведенных вероятностей  $\sum_i \omega_i B(E3, \omega_i) \approx \int \omega b(E3, \omega) d\omega$  (в скобках дается в процентах доля ее от безмодельной EWSR).

Результаты расчетов гигантских октупольных резонансов находятся в согласии с имеющимися экспериментальными данными [40, 44—46].

## ФОНОНЫ ВЫСОКОЙ МУЛЬТИПОЛЬНОСТИ

Для полноты фононного пространства следует рассчитать однофононные состояния с мультипольностью  $\lambda \geqslant 4$ . Кроме того, в последнее время появляются экспериментальные указания о гигантских резонансах высокой мультипольности [45, 47]. В работе [48] рассчитаны однофононные состояния с  $\lambda = 4; 5; 6; 7$  и силовые функции  $b(E\lambda, 0^+ \rightarrow \lambda^\pi)$  в деформированных ядрах.

Наибольшая трудность расчетов связана с незнанием констант  $\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  и  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}$ . Значения их, определяемые формулами (7) и (8),

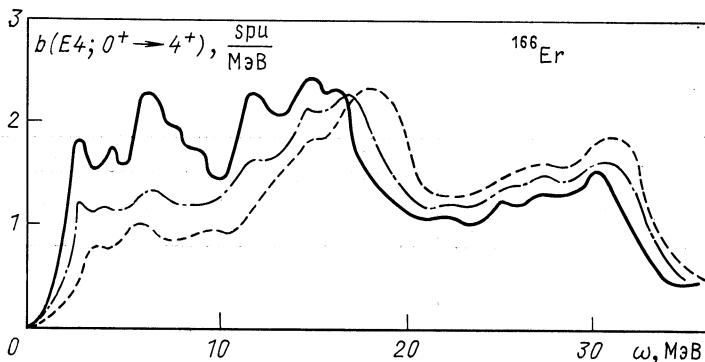


Рис. 11. Силовая функция  $b(E4; 0^+ \rightarrow 4^+)$  в  $^{166}\text{Er}$ , рассчитанная с  $\kappa_1^{(4)} = -2,3 \cdot 10^{-6}$  МэВ·ферми $^{-8}$  и следующими значениями  $\kappa_0^{(4)}$ :  $4,2 \cdot 10^{-7}$  МэВ·ферми $^{-8}$  (сплошная кривая);  $3,5 \cdot 10^{-7}$  МэВ·ферми $^{-8}$  (штрихпунктирная) и  $4 \cdot 10^{-8}$  МэВ·ферми $^{-8}$  (пунктирная)

являются грубыми. Расчеты показывают, что значительное увеличение констант  $\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  по сравнению с оценкой (7), видимо, противоречило бы экспериментальным данным, поскольку нет указаний на существование низколежащих коллективных вибрационных состояний с  $K^\pi = 4^+; 5^-; 6^+$  и  $7^-$ . Поэтому в расчетах [48] исследовали, как изменятся результаты при уменьшении  $\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  по сравнению с оценкой (7). Формула (8) дает несколько завышенное значение  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}$ , поэтому в [48] изучали изменения результатов расчетов при уменьшении  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}$  по сравнению с (8).

Следуя расчетам [48], рассмотрим поведение силовой функции  $b(E4; 0^+ \rightarrow 4^+)$  в зависимости от энергии возбуждения  $\omega$  и определим энергетические области существования изоскалярного и изовекторного  $E4$ -резонанса. На рис. 11 для  $^{166}\text{Er}$  представлены функции  $b(E4; 0^+ \rightarrow 4^+)$ , которые рассчитаны со значением  $\kappa_1^{(4\mu)}$ , данным формулой (8), и с тремя величинами  $\kappa_0^{(4\mu)}$ . Сплошная кривая рассчитана со значением  $\kappa_0^{(4\mu)}$ , данным формулой (7). Из этого рисунка видно, что уменьшение  $\kappa_0^{(4\mu)}$  на 17% приводит к уменьше-

нию коллективности состояний с энергией менее 15 МэВ. В то же время уменьшение  $\chi^{(4\mu)}_0$  еще в девять раз приводит только к небольшому снижению значений  $b$  ( $E4; 0^+ \rightarrow 4^+$ ). Вопрос о том, имеются ли сильноколлективизированные  $\lambda = 4$  состояния с энергией менее 10 МэВ, остается открытым. В этом случае весьма желательно экспериментальное изучение  $E4$ -переходов.

Достаточно четко проявляется максимум при энергиях 12—18 МэВ, который с уменьшением  $\chi^{(4\mu)}_1$  немного смещается в сторону более высоких энергий. В табл. 10 приведены вклады различных энергетических областей в безмодельное EWSR. Область

Таблица 10

**Вклады  $S_\lambda$  в безмодельные EWSR от разных энергетических областей для резонансов с  $\lambda = 4, 5, 6$  и  $7$  в  $^{166}\text{Er}$**

$\lambda = 4$		$\lambda = 5$		$\lambda = 6$		$\lambda = 7$	
Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	$S_4$ , %	Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	$S_5$ , %	Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	$S_6$ , %	Энергетический интервал $\Delta\omega$ , МэВ	$S_7$ , %
0—10	5	0—40	5	0—10	5	0—10	5
10—18	11	10—17	6	10—20	9	10—25	15
18—32	21	17—27	13	20—37	16	25—45	15
32—40	9	27—50	24	37—50	8	45—55	5
40—50	39	50—60	37	50—65	39	55—75	39
0—50	85	0—60	85	0—65	77	0—75	79

10—20 МэВ дает вклад в EWSR порядка 15%, который слабо меняется при изменении  $\chi^{(4\mu)}_0$  в 10 раз (13%). Можно утверждать, что при энергии 14—18 МэВ имеется изоскалярный ( $T = 0$ ) гигантский гексадекапольный резонанс. Имеется ветвь изоскалярного резонанса при энергии  $\sim 30$  МэВ.

При энергии возбуждения 40—50 МэВ расположен гигантский изовекторный гексадекапольный резонанс. Эта область дает вклад в EWSR около 39%. В области 20—40 МэВ величины  $b$  ( $E4, 0^+ \rightarrow 4^+$ ) имеют значительно меньшие значения. С уменьшением  $\chi^{(4\mu)}_1$  область нахождения ( $\lambda = 4, T = 1$ ) резонанса смещается к низким энергиям возбуждения и при  $\chi^{(4\mu)}_1 = (1/3) \chi^{(4\mu)}_0$  гигантский изовекторный гексадекапольный резонанс расположен при энергии 30—40 МэВ. При отношении  $|\chi^{(4\mu)}_1/\chi^{(4\mu)}_0| \geq 5$  изовекторный резонанс проявляется очень четко.

В  $\lambda = 4$  состояния дают вклад компоненты с  $K = 0; 1; 2; 3$  и 4, причем, их вклад в EWSR не одинаков. Это видно из табл. 11. В поведении функций  $b$  ( $E4, 0^+ \rightarrow 4^+3$ ) и  $b$  ( $E4, 0^+ \rightarrow 4^+4$ ) макси-

мумы расположены при тех же энергиях, что и в суммарной функции  $b$  ( $E4; 0^+ \rightarrow 4^+$ ), но выражены менее четко.

В целом можно сказать, что в отличие от гигантских изоскалярных квадрупольного и октупольного резонансов, локализованных в довольно узких энергетических интервалах, изоскалярный  $E4$ -резонанс расположен в энергетической области 10—30 МэВ. Уширение при  $\lambda = 4$  резонанса объясняется вкладом большего числа проекций  $K$  и большего числа осцилляторных оболочек, так как дают вклад матричные элементы с  $\Delta N = 0; 2; 4$ . Указанные выше области повышенной коллективности при энер-

Таблица 11

Вклады различных  $K$  в безмодельную EWSR для  $^{166}\text{Er}$ 

$K$	$\sum_i \omega_i B(E\lambda; 0^+ \rightarrow \lambda^\pi K i)$ , спр·МэВ (%)			
	$\lambda = 4$	$\lambda = 5$	$\lambda = 6$	$\lambda = 7$
0	265(12,5)	380(11,0)	452(8,6)	605(8,0)
1	515(24,3)	709(20,5)	890(17,0)	1181(15,6)
2	460(21,7)	675(19,5)	842(16,0)	1111(14,7)
3	362(17,1)	567(16,4)	744(14,2)	1007(13,3)
4	243(11,5)	416(12,0)	590(11,2)	845(11,2)
5	—	254(7,4)	397(7,6)	619(8,2)
6	—	—	249(4,7)	430(5,7)
7	—	—	—	255(3,4)
	1845(87,1)	3001(86,8)	4164(79,3)	6053(80,1)

гиях  $\sim 5$ ;  $\sim 15$  и  $\sim 30$  МэВ связаны с некоторой концентрацией состояний, соответствующих полюсам секулярного уравнения с энергией внутри осцилляторной оболочки  $\omega_0$  и энергиями  $\sim 2\omega_0$ ,  $\sim 4\omega_0$ .

Рассмотрим зависимость силовой функции  $b$  ( $E5; 0^+ \rightarrow 5^-$ ) от энергии возбуждения и выясним области расположения резонансов с  $\lambda = 5$ ,  $T = 0$  и 1. Из рис. 12, сходного с рис. 11 для  $\lambda = 4$ , видно, что при значениях  $\chi_{\frac{5}{0}}^{(5\mu)}$ , даваемом формулой (7), и  $\chi_{\frac{5}{0}}^{(5\mu)}$  на 22% меньшим, четко проявляются коллективные состояния при энергии 7 МэВ. Они исчезают, если  $\chi_{\frac{5}{0}}^{(5\mu)}$  уменьшить в 50 раз. Таким образом, существование низкоэнергетического с  $\lambda = 5$  резонанса представляется правдоподобным.

В области 17—27 МэВ функция  $b$  ( $E5; 0^+ \rightarrow 5^-$ ) имеет повышение. По энергии она близка к  $3\omega_0 \approx 22$  МэВ. Вклад этой области в EWSR равен 13%. Заметим, что с уменьшением  $\chi_{\frac{5}{0}}^{(5\mu)}$  резонанс с  $T = 0$  проявляется более четко и становится уже. Однако более определенно можно говорить о широкой области

существования  $E5$ -резонанса при энергии 5—30 МэВ. Области повышенной коллективности расположены при энергиях  $\sim 5$ ;  $\sim 20$  и  $\sim 35$  МэВ, что соответствует концентрации полюсов секулярного уравнения с матричными элементами, для которых  $\Delta N = 1; 3; 5$ . При энергии возбуждения около 55 МэВ расположен ( $\lambda = 5$ ,  $T = 1$ ) резонанс. Он дает вклад в EWSR около 40%.

Тенденция к уширению энергетической области нахождения изоскалярных резонансов с увеличением  $\lambda$ , отмеченная для резонансов с  $\lambda = 4; 5$ , еще заметнее проявляется для резонансов

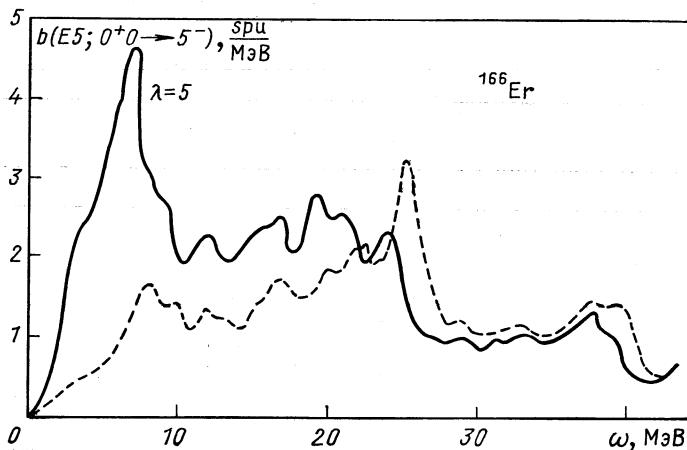


Рис. 12. Силовая функция  $b$  ( $E5; 0^+ \rightarrow 5^-$ ) в  $^{166}\text{Er}$ , рассчитанная с  $\chi_1^{(5)} = -6,3 \cdot 10^{-8}$  МэВ·ферми $^{-10}$  и следующими значениями  $\chi_0^{(5)}$ :  $9,6 \cdot 10^{-9}$  МэВ·ферми $^{-10}$  (сплошная) и  $2 \cdot 10^{-10}$  МэВ·ферми $^{-10}$  (пунктирная)

с  $\lambda = 6$  и 7. На рис. 13 и 14 приведены функции  $b$  ( $E\lambda, 0^+ \rightarrow \lambda^\pi$ ) для  $^{166}\text{Er}$  с  $\lambda = 6$  и 7. Константы  $\chi_0^{(\lambda\mu)}$  и  $\chi_1^{(\lambda\mu)}$  вычислены по (7) и (8). На этих же рисунках даются функции  $b$  ( $E\lambda, 0^+ \rightarrow \lambda^\pi$ ), вычисленные с уменьшенными значениями  $\chi_0^\lambda$ . Из рисунков видно, что можно говорить о широкой энергетической области распределения гигантских изоскалярных резонансов с  $\lambda = 6; 7$ . Для данных мультипольностей менее четко выделены ветви резонанса, отвечающие различным  $\Delta N$ : происходит их заметное перекрытие. Исключение составляет некоторое отщепление областей с повышенной коллективностью с энергией  $\sim 42$  МэВ для  $\lambda = 6$  и  $\sim 50$  МэВ для  $\lambda = 7$ , соответствующих  $\Delta N = 6$  и 7. Большой интерес вызывает энергетическая область 3—15 МэВ. Структура состояний, лежащих в этой области, очень чувствительна к константе  $\chi_0^{(\lambda\mu)}$ , и экспериментальное исследование по  $E6$ - и  $E7$ -возбуждениям даст более определенное заключение о существовании низколежащих коллективных резонансов с  $\lambda = 6$  и 7.

При энергиях возбуждения  $\sim 60$  МэВ для  $\lambda = 6$  и  $\sim 70$  МэВ для  $\lambda = 7$  расположены резонансы с  $T = 1$ . Их вклад в EWSR составляет около 40 %. При уменьшении константы  $\chi_1^{(\lambda\mu)}$  в три раза энергия резонанса с  $\lambda = 6$ ,  $T = 1$  уменьшается до 50 МэВ, а изовекторный резонанс для  $\lambda = 7$  разбивается на две ветви

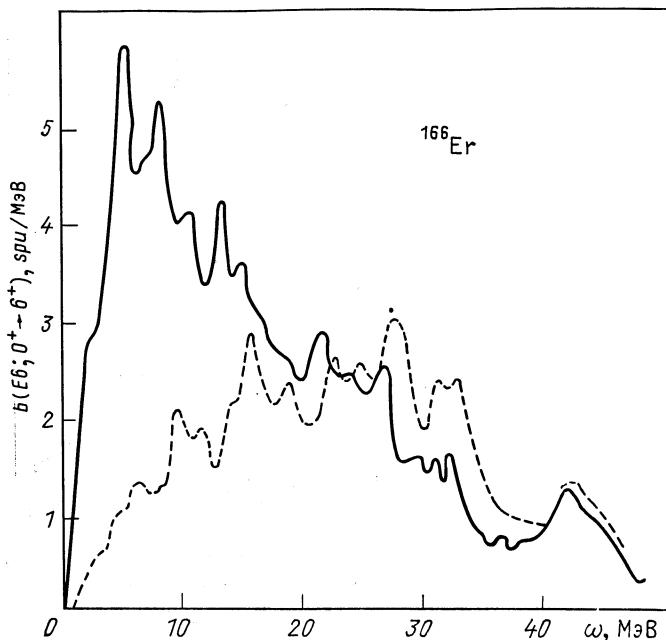


Рис. 13. Силовая функция  $b(E6; 0^+ \rightarrow 6^+)$  в  $^{166}\text{Er}$ , рассчитанная с  $\chi_1^{(6)} = -1,7 \cdot 10^{-9}$  МэВ · ферми $^{-12}$  и следующими значениями  $\chi_0^{(6)}$ :  $2,2 \cdot 10^{-10}$  МэВ · ферми $^{-12}$  (сплошная);  $2 \cdot 10^{-11}$  МэВ · ферми $^{-12}$  (пунктирная)

с энергией  $\sim 45$  и  $\sim 55$  МэВ. При этом происходит заметное перемешивание изоскалярных и изовекторных резонансов. Вклады различных  $K$  в EWSR даны в табл. 11.

В табл. 10 на примере  $^{166}\text{Er}$  приведены вклады в безмодельную EWSR для  $\lambda = 4, 5, 6$  и  $7$  для различных энергетических интервалов. Из этой же таблицы видно, что рассчитанное значение энергетически взвешенной суммы для различных мультипольностей исчерпывает 77–85 % безмодельной оценки EWSR. Это указывает, что в расчетах использовано достаточно широкое конфигурационное пространство. Более точный учет сплошного спектра, видимо, повлияет на описание положения и ширины изовекторных гигантских резонансов.

Поведение силовых функций  $b(E\lambda, 0^+ \rightarrow \lambda^-)$  в  $^{238}\text{U}$  в зависимости от энергии возбуждения для состояний с  $\lambda$  от 1 до 7 дано на рис. 15. Очень четко проявляется тенденция уширения резонансов с ростом  $\lambda$  и перемещения максимумов в области больших

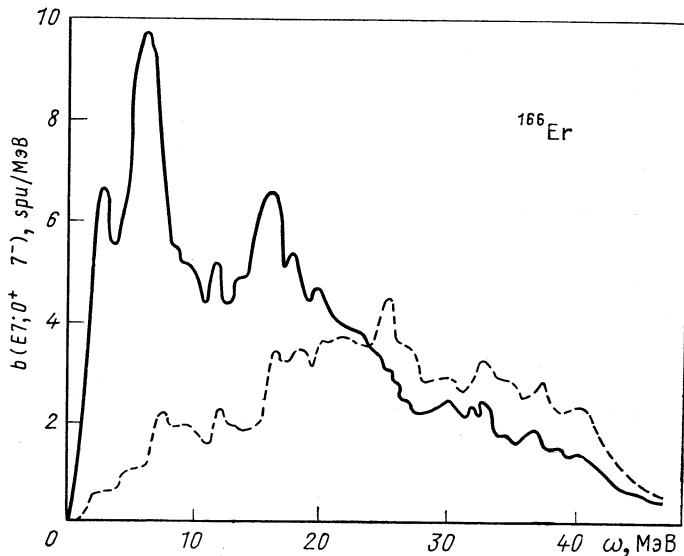


Рис. 14. Силовая функция  $b(E7; 0^+ \rightarrow 7^-)$  в  $^{166}\text{Er}$ , рассчитанная с  $\chi_1^{(7)} = -4,3 \cdot 10^{-11}$  МэВ·ферми $^{-14}$  и следующими значениями  $\chi_0^{(7)}$ :  $5 \cdot 10^{-12}$  МэВ·ферми $^{-14}$  (сплошная);  $5 \cdot 10^{-13}$  МэВ·ферми $^{-14}$  (пунктирная)

энергий возбуждения. Возможно существование низкоэнергетических резонансов с  $\lambda = 5; 6; 7$ , если  $\chi_0^{(\lambda)}$  окажется не намного меньше значения, даваемого (7).

Должны существовать широкие изоскалярные резонансы при энергиях 10–17 МэВ для  $\lambda = 4$ , 10–25 МэВ для  $\lambda = 5$ , 15–30 МэВ для  $\lambda = 6$  и 10–40 МэВ для  $\lambda = 7$ . Некоторое увеличение коллективности может иметь место для  $\lambda = 4$  при энергии  $\sim 25$  МэВ, для  $\lambda = 5$  при энергии  $\sim 35$  МэВ, для  $\lambda = 6$  при энергии  $\sim 40$  МэВ, для  $\lambda = 7$  при энергии  $\sim 47$  МэВ. Достаточно четко проявляются изовекторные резонансы с  $\lambda = 4, 5, 6$  и  $7$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основная цель этой статьи — просуммировать результаты расчетов однофононных состояний, которые образуют базис квазичастично-фононной модели ядра. Описание однофононных состоя-

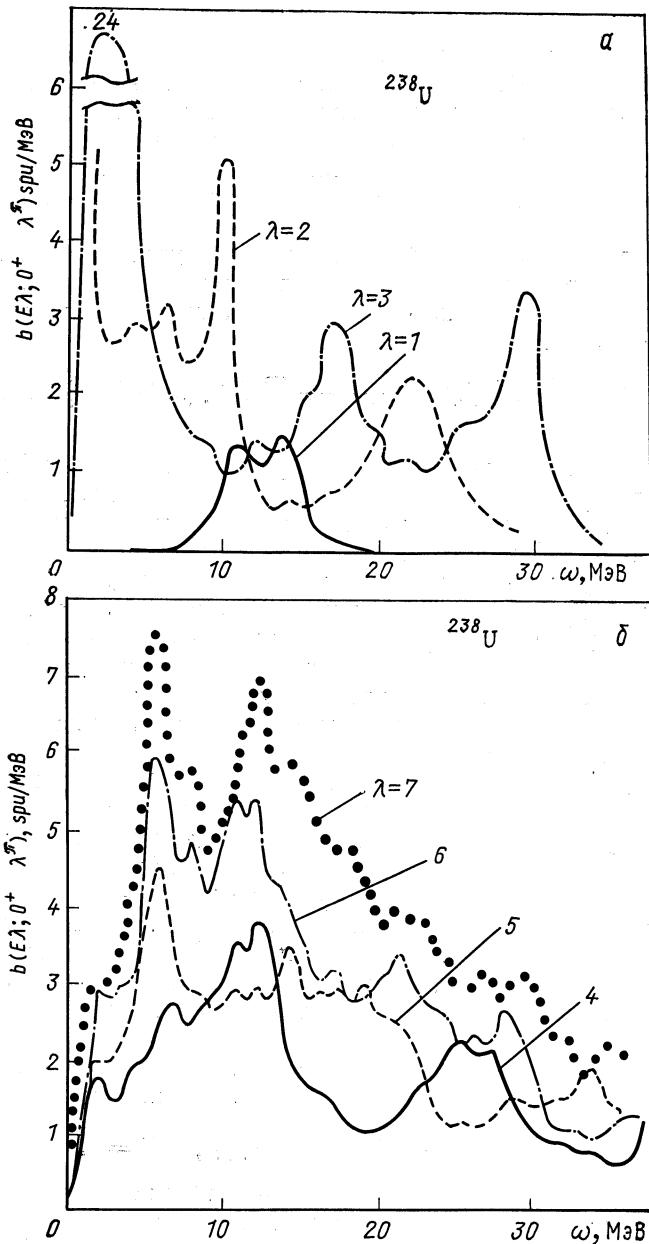


Рис. 15. Силовые функции  $b(E\lambda, O^+ \rightarrow \lambda^{II})$  в  $^{238}\text{U}$ . Константы  $\chi_0^{(\lambda)}$  и  $\chi_1^{(\lambda)}$ :  
а—для  $\lambda = 1; 2; 3$  взяты из работ [8, 18, 19]; б—для  $\lambda = 4; 5; 6; 7$  рассчитаны по (7)  
и (8)

ний с  $\lambda = 1, 2$  и  $3$  однозначно. Расчеты однофононных состояний с  $\lambda \geq 4$  содержат некоторый произвол, связанный с выбором констант  $\kappa_0^{(\lambda\mu)}$  и  $\kappa_1^{(\lambda\mu)}$ . Эта неоднозначность оказывается значительной при описании в однофононном приближении гигантских  $E\lambda$ -резонансов с  $\lambda \geq 4$ . Эта неоднозначность несущественна в случае, когда фононы с  $\lambda \geq 4$  входят только в части волновой функции, являющиеся по структуре двухфононными или квазичастица плюс фонон.

В квазичастиично-фононной модели ядра учитываются взаимодействия квазичастиц с фононами и вычисляется фрагментация однофононных состояний. Волновая функция четно-четного ядра записывается в виде

$$\Psi_n(K^n) = \left\{ \sum_i R_i^n(\lambda\mu) Q_i^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{t_1 t_2} P_{t_1 t_2}^n(\lambda\mu) Q_{t_1}^+ Q_{t_2}^+ \right\} \Psi_0, \quad (38)$$

где  $Q_i \Psi_0 = 0$ . Величина  $(R_i^n(\lambda\mu))^2$  определяет вклад однофононной компоненты  $\lambda\mu i$  в волновую функцию уровня  $n$ . Секулярное уравнение для определения энергий уровней  $n$  и функций  $R_i^n(\lambda\mu)$ ,  $P_{t_1 t_2}^n(\lambda\mu)$  даны в [22]. В этом случае можно вычислять те характеристики возбужденных состояний, которые определяются компонентами  $R_i^n(\lambda\mu)$ . Учет фрагментации однофононных состояний оказался существенным при вычислении нейтронных [49] и радиационных [14, 21] силовых функций, а также ширины гигантских резонансов [7, 50] в сферических ядрах.

Влияние фрагментации однофононных состояний на положение и ширины гигантских резонансов в деформированных ядрах изучено в [33]. Расчеты, выполненные в [33] с ограниченным фононным базисом, гигантского изовекторного дипольного, изоскалярного квадрупольного резонансов и низкоэнергетического октупольного резонанса в  $^{154}\text{Sm}$  показали, что учет фрагментации однофононных состояний приводит к перераспределению силы резонанса внутри области его существования, а положение и ширины гигантских резонансов меняются слабо. Это свидетельствует о том, что в однофононном приближении получено правильное общее поведение  $E\lambda$ -силовых функций в области гигантских резонансов.

В квазибозонном приближении используются следующие перестановочные соотношения для операторов фононов:

$$[Q_t, Q_{t'}^+] = \delta_{tt'}; \quad [Q_t, Q_{t'}] = [Q_t^+, Q_{t'}^+] = 0. \quad (39)$$

Эти перестановочные соотношения — приближенные, так как в них отброшены слагаемые, обусловленные тем, что фононы построены из операторов фермионов. В однофононном приближении использование соотношений (39) является обоснованным. При построении двухфононных компонент, как в волновой функции

(38), или компонент квазичастица плюс фонон использование перестановочных соотношений (39) может приводить к ухудшению приближения. Следует подчеркнуть, что в расчетах ядерных характеристик при низких, промежуточных и высоких энергиях возбуждения нет необходимости требовать выполнения приближенных перестановочных соотношений (39). В работах [22, 51] показано, как в квазичастиочно-фононной модели ядра можно работать с точными перестановочными соотношениями для операторов фононов. Учет точных перестановочных соотношений означает, что принимается во внимание, что фононы построены из фермионов и точно выполняется принцип Паули. В [51] показано, что учет точных перестановочных соотношений между операторами фононов в расчетах с волновой функцией в виде (38) приводит к усложнению секулярного уравнения и сдвигу двухфононных полюсов.

Таким образом, при расчетах в квазичастиочно-фононной модели ядра, в которых точно учитывается принцип Паули, в качестве базиса опять же используется пространство однофононных состояний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., Наука, 1971; Oxford, Pergamon Press, 1976; Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1978, т. 42, с. 1991.
2. Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1971, т. 35, с. 666.
3. Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1974, т. 38, с. 1580.
4. Соловьев В. Г. В кн.: Структура ядра. Д-6465 ОИЯИ, 1972, с. 77; В кн.: II школа по нейтронной физике. Дз-7991 ОИЯИ, 1974, с. 233.
5. Соловьев В. Г. В кн.: Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Д-9920 ОИЯИ, 1976, с. 146.
6. Малов Л. А., Нестеренко В. О., Соловьев В. Г.— ТМФ, 1977, т. 32, с. 134.
7. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 288, p. 376.
8. Malov L. A., Nesterenko V. O., Soloviev V. G.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1977, v. 3, p. L219; — Phys. Lett. B, 1976, v. 64, p. 247.
9. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 502: — ТМФ, 1975, т. 25, с. 265.
10. Малов Л. А., Нестеренко В. О. Сообщение ОИЯИ Р4-8206. Дубна, 1974; Акуличев С. В., Малов Л. А. Сообщение ОИЯИ Р4-8844, Дубна, 1974.
11. Malov L. A., Soloviev V. G.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 270, p. 87.
12. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— Ядерная физика, 1977, т. 26, с. 729.
13. Малов Л. А., Соловьев В. Г.— Ядерная физика, 1976, т. 23, с. 53.
14. Chan Zuy Khuong, Soloviev V. G., Voronov V. V.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1979, v. 5, p. L79; Воронов В. В., Соловьев В. Г., Стоянов Ч.— Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 459.
15. Soloviev V. G. Neutron capture gamma-ray spectroscopy. Petten, Reactor Centrum Nederland, 1975, p. 99.
16. Соловьев В. Г.— В кн.: Нейтронная физика. Материалы III конференции по нейтронной физике. Ч. 3. М., 1976, с. 53.
17. Dambasuren D. e. a.— J. Phys. G.: Nucl. Phys., 1976, v. 2, p. 25.
18. Кырчев Г., Малов Л. А., Нестеренко В. О., Соловьев В. Г.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 951.

19. Akulinichev S. V., Malov L. A.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1977, v. 3, p. 625; Akulinichev S. V., Shilov V. M.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1977, v. 3, p. L213; Акулиничев С. В., Шилов В. М.— Ядерная физика, 1978, т. 27, с. 670.
20. Soloviev V. G. In: Proc. Int. Conf. on the Interactions of Neutrons with Nuclei. V. 1. Lowell, Mass., Univ. of Lowell, 1976, p. 421.
21. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Voronov V. V.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 304, p. 503; Ponomarev V. Yu. e. a.— Nucl. Phys., 1979, v. 323, p. 446.
22. Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, вып. 4, с. 580 (810).
23. Вдовин А. И. и др.— ЭЧАЯ, 1976, т. 7, вып. 4, с. 952.
24. Kalinkin B. N., Grabovski Ya., Gareev F. A.— Acta phys. polon., 1966, v. 30, p. 999; Gareev F. A., Ivanova S. P., Kalinkin B. N.— Acta phys. polon., 1966, v. 30, p. 461; Гареев Ф. А., Иванова С. П., Калинкин Б. Н.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1968, т. 33, с. 1690.
25. Струтинский В. М.— Ядерная физика, 1966, т. 3, с. 614; — Nucl. Phys. A, 1976, v. 95, p. 420.
26. Гареев Ф. А. и др.— ЭЧАЯ, 1973, т. 4, с. 357.
27. Gareev F. A. e. a.— Nucl. Phys. A, 1971, v. 171, p. 134.
28. Bohr A., Mottelson B. Nuclear Structure. V. 1, 2. N. Y., Bemejamin, 1969; 1975. (Рус. пер.— Структура атомного ядра. Т. 1, 2. М., Мир, 1971; там же, 1974.)
29. Григорьев Е. П., Соловьев В. Г. Структура четных деформированных ядер. Наука, 1974.
30. Иванова С. П., Комов Л. А., Малов Л. А., Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1976, т. 7, с. 450.
31. Bes D. R., Broglia R. A., Nilsson B. S.— Phys. Rep. C, 1975, v. 16, p. 1.
32. Nathan O., Nilsson S. G. In: Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy. V. 2. Ed. K. Siegbahn. Amsterdam, N.— Holland, 1965, p. 601. (Рус. пер. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия. Под ред. К. Зигбан. М., Атомиздат, 1969, с. 41.)
33. Кырчев Г., Малов Л. А.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1979, т. 43, с. 107.
34. Berman B. L., Fultz S. C.— Rev. Mod. Phys., 1975, v. 47, p. 713.
35. Danos M., Greiner W., Kohr C. B.— Phys. Rev. B, 1965, v. 138, p. 1055; Akulinichev S. V., Malov L. A.— Preprint JINR E4-9758, Dubna, 1976.
36. Гуревич Г. М., Лазарева Л. Е., Мазур В. М., Солодухов Г. В.— Письма в ЖЭТФ, 1976, т. 23, с. 411; Gurevich G. M. e. a.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 273, p. 326; Гуревич Г. М. и др.— Письма в ЖЭТФ, 1978, т. 28, с. 168.
37. Васильев О. В., Семенов В. А., Семенко С. Ф.— Ядерная физика, 1971, т. 13, с. 463; Горячев А. М., Залесский Г. Н., Семенко С. Ф., Тулупов Б. А.— Ядерная физика, 1973, т. 17, с. 463; Горячев А. М., Залесский Г. Н. В. сб.: Вопросы теоретической и ядерной физики. Вып. 5. Изд. Саратовского ун-та, 1976, с. 42.
38. Горячев Б. И. и др.— Ядерная физика, 1976, т. 23, с. 1145.
39. Veissiere A. e. a.— Nucl. Phys. A, 1973, v. 199, p. 45; Carlos P. e. a.— Nucl. Phys. A, 1974, v. 225, p. 171; Bar-Noy T., Morsch R.— Nucl. Phys. A, 1974, v. 229, p. 417.
40. Houk W. A. e. a.— Preprint Naval Postgraduate School. 1977, Monterey, CA, USA.
41. Schwierczinski A. e. a.— Phys. Lett. B, 1975, v. 55, p. 171; Marty N. e. a.— Nucl. Phys. A, 1975, v. 238, p. 93; Kishimoto T. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1975, v. 35, p. 552; Horen D. Y., Bertrand F. E., Lewis M. B.— Phys. Rev., 1974, v. 9, p. 1607; Moss J. M. e. a.— Phys. Lett. B, 1974, v. 53, p. 51; Satchler G. R.— Phys. Rep. C, 1974, v. 14, p. 97.
42. Zawischa D., Speth J.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 843; Zawischa D., Speth J., Pal D.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 311, p. 445.
43. Bertrand F. E.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1976, v. 26, p. 457; Horen D. J. e. a.— Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 1247; Arruda Neto J. D. T. e. a.—

- Phys. Rev. C, 1978, v. 18, p. 867; Arruda Neto J. D. T. e. a.— Preprint IFUSP/P—154, 1978, Inst. Fis. Univ. São Paulo; Miura H., Torizuka Y.— Phys. Rev. C, 1977, v. 16, p. 1688; Youngblood D. H. e. a.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, p. 994.
44. Moore G. L. e. a.— Z. Naturforsch., 1976, Bd 31a, S. 668.
45. Hicks R. S. e. a.— Nucl. Phys. A, 1977, 278, 261; Pitthan R.— Nucleonika, 1979, v. 24, p. 449.
46. Moss J. M. e. a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 816.
47. Geramb N. V., Amos K.— Lett. Nuovo cimento, 1975, v. 14, p. 526; Goswami A., Lin L.— Phys. Lett. B, 1972, v. 42, p. 310; Bagnell R. D. e. a.— Phys. Lett. B, 1977, v. 66, p. 129; Немашкало А. А. и др.— Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 569.
48. Киселев М. А., Малов Л. А., Нестеренко В. О., Соловьев В. Г.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1978, т. 42, с. 1842.
49. Воронов В. В., Соловьев В. Г., Стоянова О. Препринт ОИЯИ, Е4-12500, Дубна, 1979.
50. Вдовин А. И., Стоянов Ч., Юдин И. П.— Препринт ОИЯИ, Р4-11108, Дубна, 1977; Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Voronov V. V.— Phys. Lett. B, 1978, v. 79, p. 187; Ponomarev V. Yu. e. a. Preprint JINR E4-12093, Dubna, 1979.
51. Джолос Р. В., Молина Х. Л., Соловьев В. Г.— ТМФ, 1979, т. 40, с. 245.